

# UNIVERSIDAD MARCELINO CHAMPAGNAT

ESCUELA DE POSGRADO  
PROGRAMA DE MAESTRÍA



## CÁLCULO MENTAL Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS ADITIVOS EN ESTUDIANTES DE PRIMARIA DE SEGUNDO GRADO DE TRES INSTITUCIONES EDUCATIVAS PÚBLICAS

### AUTORAS:

JIANINA AMÉRICA CASAVARDE FLORES  
ORCID: 0000-0001-5179-6254

GISSELLA CHAVEZ MEJIA  
ORCID: 0000-0001-8793-9405

Tesis para optar al Grado Académico de  
MAESTRA EN PROBLEMAS DE APRENDIZAJE

### ASESORA:

Dra. Cecilia Salgado-Lévano  
ORCID: 0000-0002-5628-2794

LIMA – PERÚ  
2020



Reconocimiento-NoComercial-SinObraDerivada

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

Permite descargar la obra y compartirla, pero no permite ni su modificación ni usos comerciales de ella.



## ACTA DE SUSTENTACIÓN

Ante el jurado integrado por los profesores Dr. Marino Latorre Ariño, Dra. Doris Montoya Farro y Mg. Rosa Yamamoto Parasi.

La graduanda doña **JIANINA AMÉRIKA CASAVARDE FLORES**, sustentó su Trabajo de Investigación titulado "**CÁLCULO MENTAL Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS ADITIVOS EN ESTUDIANTES DE PRIMARIA DE SEGUNDO GRADO DE TRES INSTITUCIONES EDUCATIVAS PÚBLICAS**", para obtener el Grado Académico de Maestra en Problemas de aprendizaje.

El Jurado, después de haber deliberado sobre los aspectos metodológico, temático de la investigación y sobre la calidad de la sustentación, declaró a la graduanda:

### APROBADA POR UNANIMIDAD

---

Surco, 19 de junio del año dos mil veinte

  
Dr. Marino Latorre Ariño  
Presidente

  
Dra. Doris Montoya Farro  
Secretario

  
Mg. Rosa Yamamoto Parasi  
Miembro



UNIVERSIDAD MARCELINO CHAMPAGNAT  
ESCUELA DE POSGRADO

CI-EPG-F-023
v.01

## ACTA DE SUSTENTACIÓN

Ante el jurado integrado por los profesores Dr. Marino Latorre Ariño, Dra. Doris Montoya Farro y Mg. Rosa Yamamoto Parasi.

La graduanda doña **GISELLA CHAVEZ MEJIA**, sustentó su Trabajo de Investigación titulado “**CÁLCULO MENTAL Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS ADITIVOS EN ESTUDIANTES DE PRIMARIA DE SEGUNDO GRADO DE TRES INSTITUCIONES EDUCATIVAS PÚBLICAS**”, para obtener el Grado Académico de Maestra en Problemas de aprendizaje.

El Jurado, después de haber deliberado sobre los aspectos metodológico, temático de la investigación y sobre la calidad de la sustentación, declaró a la graduanda:

**APROBADA POR UNANIMIDAD**

---

Surco, 19 de junio del año dos mil veinte

  
Dr. Marino Latorre Ariño  
Presidente



Dra. Doris Montoya Farro  
Secretario



Mg. Rosa Yamamoto Parasi  
Miembro

## Dedicatoria

A Dios por guiarnos e iluminarnos  
en este camino.

A nuestros padres y familiares por  
el apoyo incondicional.

A nuestros estudiantes que hacen  
que cada día nos esforcemos  
por ser mejores profesionales.

## AGRADECIMIENTOS

Deseamos agradecer en primer lugar a Dios, por el don de la vida y la sabiduría que nos ha brindado para realizar este estudio con éxito.

A nuestras familias, por su comprensión, paciencia y apoyo al permitirnos dedicar horas en la realización de nuestra tesis.

También a todos los profesionales de la educación que nos apoyaron en la elaboración, corrección, proceso de validez y nos brindaron sugerencias para mejorar y enriquecer los dos instrumentos que han sido utilizados en nuestro estudio. Así mismo a las instituciones educativas públicas que nos dieron la facilidad de realizar la investigación y a los colaboradores que participaron en la administración de los instrumentos.

De manera especial a nuestros estudiantes, porque son el motivo principal de mantenernos actualizadas en nuestra didáctica de enseñanza y en la búsqueda de nuevas estrategias para ayudarlos en la mejora de sus aprendizajes.

Finalmente, a nuestra asesora, la Dra. Cecilia Salgado-Lévano, por su paciencia, su generosidad al compartir sus conocimientos y por su apoyo brindado en este largo proceso en la elaboración de nuestra investigación.

Las autoras

## CONTENIDO

	Pág.
DEDICATORIA.....	II
Agradecimientos.....	III
CONTENIDO.....	IV
LISTA DE TABLAS.....	VII
LISTA DE FIGURAS.....	IX
Resumen y abstract.....	X
INTRODUCCIÓN.....	11
I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	
1.1 Descripción del problema.....	14
1.2 Formulación del problema.....	16
1.3 Justificación.....	18
II. MARCO TEÓRICO	
2.1 Antecedentes.....	20
2.2 Bases teóricas.....	27
2.2.1 Cálculo mental.....	28
2.2.1.1 Definición.....	28
2.2.1.2 Tipos de cálculo mental.....	29
2.2.1.3 Principios del cálculo mental.....	29
2.2.1.4 El aprendizaje del cálculo mental.....	31
2.2.1.5 Ventajas del uso del cálculo mental en la escuela.....	33
2.2.2 Resolución de problemas matemáticos.....	36

	Pág.
2.2.2.1 Definición de problemas .....	36
2.2.2.2 Definición de resolución de problemas.....	37
2.2.2.3 Importancia de una enseñanza de las matemáticas basada en resolución de problemas.....	38
2.2.2.4 Enfoque propuesto por el Ministerio de Educación del Perú en el área de matemática.....	39
2.2.2.5 Factores que influyen en la resolución de problemas.....	41
2.2.2.6 Clasificación de los problemas matemáticos del campo aditivo.....	42
2.2.2.7 Etapas para resolver problemas matemáticos.....	47
2.3 Relación entre cálculo mental y resolución de problemas.....	48
2.4 Definición de términos básicos.....	49
<b>III. OBJETIVOS</b>	
3.1 Objetivo general.....	51
3.2 Objetivos específicos.....	51
<b>IV. HIPÓTESIS</b>	
4.1 Hipótesis general.....	53
4.2 Hipótesis específicas.....	53
<b>V. MÉTODO</b>	

5.1 Tipo de investigación.....	55
5.2 Diseño de investigación.....	55
	Pág.
5.3 Variables .....	56
5.4 Población y muestra .....	57
5.5 Instrumentos.....	59
5.5.1 Prueba de resolución de problemas matemáticos	59
“PROBLEMATIC”	
5.5.2 Batería de ejercicios de cálculo mental “CALCUMATIC” .....	84
5.6 Procedimientos.....	95
VI. RESULTADOS	
6.1 Análisis descriptivo.....	98
6.2 Análisis inferencial .....	100
6.3 Análisis complementario.....	105
VII. DISCUSIÓN	
7.1 Análisis de las implicancias de los resultados obtenidos.....	108
7.2 Contrastación con estudios similares .....	114
7.3 Limitaciones del estudio .....	115
7.4 Aportaciones de la investigación .....	116
VIII. CONCLUSIONES.....	117
IX. RECOMENDACIONES.....	119
REFERENCIAS.....	120
APÉNDICES	

## LISTA DE TABLAS

		Pág.
Tabla 1	Problemas de una etapa y problemas de más de una etapa.....	44
Tabla 2	Tipos de problema de cambio.....	45
Tabla 3	Tipos de problemas de combinar.....	46
Tabla 4	Tipos de problemas de comparar.....	47
Tabla 5	Tipos de problemas de igualación.....	48
Tabla 6	Población de estudiantes.....	58
Tabla 7	Muestra de estudiantes.....	58
Tabla 8	Tabla de especificaciones de la prueba “PROBLEMATIC”.....	62
Tabla 9	Validez de contenido de problemas de cambio.....	72
Tabla 10	Validez de contenido de problemas de combinar.....	73
Tabla 11	Validez de contenido de problemas de comparar.....	73
Tabla 12	Validez de contenido de problemas de igualación.....	74
Tabla 13	Validez de contenido del instrumento.....	75
Tabla 14	Análisis de fiabilidad del instrumento “PROBLEMATIC”.....	78
Tabla 15	Índices de dificultad de los ítems del instrumento “PROBLEMATIC”.....	79
Tabla 16	Índices de discriminación de los ítems del instrumento “PROBLEMATIC”.....	81
Tabla 17	Tabla de especificaciones de la batería de ejercicios “CALCUMATIC”.....	83
Tabla 18	Validez de contenido del principio de analogía.....	86
Tabla 19	Validez de contenido del principio de descomposición.....	87
Tabla 20	Validez de contenido del instrumento.....	87

Tabla 21	Análisis de fiabilidad del instrumento “CALCUMATIC”.....	90
Tabla 22	Índices de dificultad de los ítems del instrumento “CALCUMATIC”.....	91
Tabla 23	Índices de discriminación de los ítems del instrumento “CALCUMATIC”.....	92
Tabla 24	Estadísticos descriptivos del cálculo mental.....	96
Tabla 25	Estadísticos descriptivos de resolución de problemas.....	97
Tabla 26	Prueba de normalidad de las variables cálculo mental y resolución de problemas.....	98
Tabla 27	Matriz de correlaciones entre el cálculo mental y la resolución de problemas.....	101
Tabla 28	Comparaciones del cálculo mental según sexo.....	102
Tabla 29	Comparaciones de resolución de problema según sexo.....	103

### LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Problema de Cambio .....	45
Figura 2	Problema de Combinar.....	45
Figura 3	Problema de Comparar .....	46
Figura 4	Problema de Igualación .....	47
Figura 5	Representación del diseño correlacional no causal .....	56

Pág.

## **RESUMEN**

La presente investigación tuvo como objetivo general establecer la relación entre el cálculo mental y la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de segundo grado de primaria de instituciones educativas públicas. El diseño de investigación fue no experimental transversal correlacional – no causal bivariado. Se utilizó un muestreo censal. La muestra estuvo conformada por 225 estudiantes varones y mujeres que cursan el segundo grado de educación primaria en tres instituciones educativas públicas del distrito de Villa María del Triunfo. Se aplicaron la Prueba de resolución de problemas matemáticos (PROBLEMATIC) y la Batería de ejercicios de cálculo mental (CALCUMATIC) construidas por las autoras. En los resultados, se halló que existe una relación positiva y estadísticamente significativa entre ambas variables, concluyendo que, a una mayor habilidad para el cálculo, existe una mayor habilidad en la resolución de problemas. Las implicancias de los resultados han sido discutidas.

Palabras clave: cálculo mental, estudiantes, instituciones educativas públicas, nivel primario, psicométrico y resolución de problemas matemáticos.

## **ABSTRACT**

The purpose of this research was to establish the relationship between mental calculation and the resolution of mathematical problems in second grade students of public educational institutions. The research design was non-experimental correlational transversal - not bivariate causal. Census sampling was used. The sample consisted of 225 male and female students attending the second grade of primary education in three public educational institutions in the district of Villa María del Triunfo. The Mathematical Problem Resolution Test (PROBLEMATIC) and the Mental Calculation Exercise Battery (CALCUMATIC) built by the authors were applied. In the results, it was found that there is a positive and statistically significant relationship between both variables, concluding that at a greater ability to calculate there is a greater ability to solve problems. The implications of the results have been discussed.

Keywords: mental calculation, students, public educational institutions, primary level, psychometric and mathematical problem solving.

## INTRODUCCIÓN

La resolución de problemas matemáticos es una competencia fundamental en el área de matemática propuesta por el Ministerio de Educación del Perú (Minedu) en el Currículo Nacional. Nuestro país participa de evaluaciones internacionales, así como fomenta evaluaciones nacionales para medir el rendimiento de los estudiantes peruanos; pero, dichas mediciones muestran que los estudiantes no están logrando los objetivos trazados, lo que genera preocupación, búsqueda de nuevas formas y estrategias para la enseñanza o replanteamientos en la metodología. De esta manera, se busca potencializar el rendimiento de los estudiantes.

Una estrategia que está siendo promovida y replanteada por el Minedu (2016) es el cálculo mental. Según diversas investigaciones internacionales, como el de Gómez (1995), el cálculo mental es una estrategia que favorece diversas habilidades en los estudiantes como el razonamiento, la reflexión, la concentración, la creatividad y el pensamiento flexible. Dentro del área de matemática, el cálculo mental contribuye a la comprensión y sentido del número, al conocimiento de las concepciones sobre los procedimientos del cálculo y ayuda a la resolución de problemas.

Por tal motivo, el objetivo general de esta investigación es establecer la relación entre el cálculo mental y la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas.

La hipótesis general que planteamos para nuestro trabajo de investigación es la existencia de una relación significativa y directa entre el cálculo mental y la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas.

Este trabajo fue elaborado para contribuir al conocimiento de los maestros de educación primaria sobre las estrategias del cálculo mental las cuales incrementará el desempeño en la resolución de problemas matemáticos.

Se espera que este trabajo sirva de base para futuras investigaciones, ya que enriquecerá el conocimiento acerca de las diferentes estrategias para el cálculo mental y los cuatro tipos de resolución de problemas aditivos. Asimismo, se reconoce que existen escasas investigaciones previas que estudien la correlación de ambas variables. Por lo que se espera que esta investigación sea un aporte a la comunidad científica, como un apoyo y precedente para nuevos estudios sobre el tema generando hipótesis que amplíen su conocimiento.

El presente estudio, se encuentra organizado de la siguiente manera, en el primer capítulo, se presenta el planteamiento del problema, la descripción, formulación y la justificación de la investigación que muestra la importancia del estudio.

El segundo capítulo presenta el marco teórico, en el cual se incluyen los antecedentes, es decir el análisis de las investigaciones relacionadas con estos estudios, tanto nacionales como internacionales; asimismo, se plantean las bases teóricas y aspectos relacionados al cálculo mental y la resolución de problemas; además se incluyen las definiciones de términos básicos.

El tercer y cuarto capítulo presentan los objetivos e hipótesis, respectivamente; se enuncian por un lado los objetivos generales y específicos, y por otro lado, las hipótesis. de la investigación.

El quinto expone los aspectos metodológicos y está constituido por el tipo y diseño de la investigación, las variables, la población y la muestra de estudio, los instrumentos de estudio y los procedimientos que se realizaron para la investigación.

El sexto capítulo presenta los hallazgos de la investigación, los cuales han sido obtenidos mediante el análisis estadístico, tanto a nivel descriptivo como inferencial, para contrastar las hipótesis, considerando las pautas de una investigación cuantitativa. Asimismo, se reporta un análisis complementario con el fin de enriquecer los resultados obtenidos.

El séptimo capítulo presenta la discusión de los resultados, que se ha organizado en las siguientes partes: implicancias de los resultados obtenidos, contrastación con estudios similares y limitaciones de la investigación.

En el octavo capítulo se presenta las conclusiones a las que se han llegado a partir de los resultados obtenidos, las cuales evidencia el logro de los objetivos de la investigación.

Y, por último, en el noveno capítulo, se brindan las recomendaciones que servirán básicamente para futuras investigaciones.

## I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

### 1.1 Descripción del problema

Desde el comienzo de la historia, los seres humanos se han destacado por su capacidad innata de lenguaje, razonamiento y resolución de situaciones que se les han presentado en su vida cotidiana, cambiando todo aquello de su entorno para su beneficio, reflejándose así en los restos materiales dejados a través de los siglos.

En la actualidad, el progresivo desarrollo científico, y sobre todo tecnológico, coloca a la sociedad frente a grandes cambios y a un gran desafío. Las personas necesitan de una actitud reflexiva y analítica que les permita plantear y resolver las diversas situaciones que se presenten cotidianamente. Es así que el conocimiento y la práctica adecuada de las matemáticas se hacen de vital importancia en la vida del ser humano, y la educación debe asumirlo responsablemente (Ministerio de Educación del Perú, 2016).

A propósito de todas las exigencias que en nuestra actualidad vive la sociedad, se observa con preocupación que la gran mayoría de nuestros estudiantes egresan de las instituciones educativas sin haber adquirido habilidades básicas de técnicas operativas, cálculo mental, razonamiento matemático y resolución de problemas. Todo esto es sustentado por los resultados de las evaluaciones internacionales y nacionales.

El Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE), que evalúa la calidad educativa de los países de América Latina y tienen como objetivo dar a conocer los aprendizajes de los estudiantes en las áreas de ciencia, comunicación y matemática, realizó en 1997 el Primer Estudio Regional Comparativo y Explicativo (PERCE) sobre lenguaje, matemática y factores asociados, para alumnos de tercero y cuarto grado de educación primaria. Según los resultados obtenidos, el Perú ocupa el penúltimo lugar. En 2006, se realizó el Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo (SERCE), en el cual se evaluaron las áreas de Comunicación y Lógico matemática, en estudiantes de tercero y sexto grado de primaria, y Ciencia en sexto grado de primaria. Y según los

resultados obtenidos, ocupamos el antepenúltimo lugar. De igual manera en el 2013, se llevó a cabo el Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo (TERCE), en donde se evaluaron las áreas de lectura, matemática y escritura en estudiantes de tercero y sexto grados de primaria, y ciencia en sexto grado de primaria. Según los resultados obtenidos, ocupamos el antepenúltimo lugar. Este año 2019, se llevará a cabo el Cuarto Estudio Regional Comparativo y Explicativo, en el cual esperamos lograr rendimientos más óptimos.

Por otro lado, en el Programa Internacional Para la Evaluación de Estudiantes (PISA, 2019), en donde participan los países miembros de la OCDE (Organización para la cooperación y el Desarrollo Económico), el Perú solo participa de forma voluntaria. Esta evaluación mide los niveles de dominio de matemáticas, ciencias y lectura por parte de muestras representativas de jóvenes de 15 años de ambos sexos. El Perú obtuvo un puntaje de 400 puntos en cuanto al área de matemática, mejorando los resultados de la evaluación Pisa-2015, en la cual obtuvimos 387 puntos. A pesar de esta relativa mejora, nuestro país continúa ocupando los últimos puestos de la tabla general, ubicándose en el lugar 64 de un total de 77 países evaluados.

Esta problemática se percibe desde los primeros años de Educación Básica Regular, en donde los resultados de la evaluación censal, realizada por la Unidad de Medición de la Calidad Educativa del Ministerio de Educación del Perú (2016), a niños que cursan el segundo grado de primaria de todo el país; en esta muestra solo el 34,1% llegaron a un nivel satisfactorio (logro de los aprendizajes esperados y está listo para seguir aprendiendo) y un 28,6 % de los estudiantes peruanos se encuentran en un nivel de inicio (no hay logro de los aprendizajes esperados para el grado, se encuentra al inicio del desarrollo de sus aprendizajes). A pesar de que se ha logrado una disminución de los alumnos en el nivel inicio con respecto a la prueba censal 2015 (nivel inicio 31,0%), todavía no se logra las metas propuestas por el Minedu.

Después de 11 años de realizar las evaluaciones censales a estudiantes de segundo grado, el Minedu decidió cancelar estos tipos de pruebas para dar paso a una evaluación muestral que consiste en una evaluación estandarizada que se aplica a una muestra de estudiantes, representativa a nivel nacional. Especialistas sobre el tema como Guadalupe y Díaz (como se citó en El Comercio, 2019) coinciden en afirmar

que unas de las razones de este cambio fue que la preocupación de los aprendizajes no ha sido real, sino por los resultados de la prueba, reflejándose en que muchas escuelas de las regiones hacían entrenamientos para pasar la prueba, esto se agravó con la introducción del Bono Escuela para los centros que obtuviesen mejores resultados. Ahora la evaluación muestral reflejan resultados más sinceros, que solo el 37,8% de los estudiantes entienden cabalmente lo que leen, mientras que solo 14,7% de ellos resuelven satisfactoriamente operaciones matemáticas. Ambas cifras representan los niveles más bajos observados en este nivel escolar en los últimos 4 años en comparación con los resultados del 2015 y 2016, en donde se destaca el porcentaje de 34,1% que corresponde al nivel satisfactorio en matemática y un 49,8% en comprensión lectora.

En estas pruebas se ha observado que los estudiantes pueden sumar  $1346 + 3567$  en el tablero de valor posicional, pero son pocos los que resuelven  $8 + 5$  mediante el cálculo mental. Esta dificultad se presenta también en la resolución de problemas matemáticos con números de una cifra, los cuales requieren razonamiento y agilidad mental.

Para Gómez (1995), los estudiantes están habituados a realizar operaciones básicas de forma mecánica; es por ello que los profesores tradicionalmente han creído que los errores de cálculo, que cometían los estudiantes, eran debidos a una falta de dominio de los métodos o a un despiste a lo largo del proceso de cálculo. En esta postura, se consideraba que los errores carecían de interés, eran algo que había que ignorar hasta que se producía la respuesta correcta. El cálculo mental lamentablemente perdió su papel primordial por la llegada de la tecnología, sin embargo, en los últimos años ha recobrado su importancia como actividad cognitiva en el proceso de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas.

Por tal motivo, esta investigación buscó relacionar la variable cálculo mental con la resolución de problemas matemáticos.

## **1.2 Formulación del problema**

Por todo lo dicho anteriormente, la presente investigación plantea las siguientes interrogantes:

**Problema general:**

¿Qué relación existe entre el cálculo mental y la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas?

**Problemas específicos:**

¿Cómo es el nivel del cálculo mental en los estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas?

¿Cómo es el nivel de resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas?

¿Qué relación existe entre el cálculo mental por analogía y la resolución de problemas matemáticos de cambio en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas?

¿Qué relación existe entre el cálculo mental por descomposición y la resolución de problemas matemáticos de cambio en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas?

¿Qué relación existe entre el cálculo mental por analogía y la resolución de problemas matemáticos de combinar en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas?

¿Qué relación existe entre el cálculo mental por descomposición y la resolución de problemas matemáticos de combinar en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas?

¿Qué relación existe entre el cálculo mental por analogía y la resolución de problemas matemáticos de comparar en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas?

¿Qué relación existe entre el cálculo mental por descomposición y la resolución de problemas matemáticos de comparar en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas?

¿Qué relación existe entre el cálculo mental por analogía y la resolución de problemas matemáticos de igualación en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas?

¿Qué relación existe entre el cálculo mental por descomposición y la resolución de problemas matemáticos de igualación en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas?

### **1.3 Justificación**

La presente investigación constituye un aporte significativo para la educación desde el punto de vista práctico y metodológico.

#### **Justificación práctica:**

A partir de los resultados obtenidos en la presente tesis se podrán plantear en un futuro nuevas estrategias para la resolución de problemas matemáticos y de cálculo mental en talleres y módulos educativos, diseñando una batería de nuevos ejercicios dirigidos a implementar y consolidar la capacidad de desarrollar problemas matemáticos y el cálculo mental.

Ofrece también una valiosa información para que los docentes orienten su gestión educativa mediante el conocimiento de las bases teóricas sobre los tipos de problemas matemáticos y los principios del cálculo mental. De esta manera, el docente podrá identificar en el aula las dificultades en la resolución de problemas matemáticos y de cálculo mental.

#### **Justificación metodológica:**

El presente estudio es relevante porque ofrece a la comunidad científica la construcción de un instrumento dirigido a medir el cálculo mental y otro instrumento dirigido a medir la resolución de problemas matemáticos dentro del campo aditivo. Con la construcción de estos dos instrumentos se está contribuyendo con el campo

psicométrico nacional, dado que en el país no se cuenta con pruebas confiables y adaptadas a nuestra realidad.

Por otro lado, puede ser aprovechado en otras investigaciones similares como herramienta de evaluación pedagógica a estudiantes que concluyen el segundo grado de Educación Primaria, recojo de información sobre las variables cálculo mental y resolución de problemas en otras investigaciones y finalmente, estos instrumentos, pueden servir de diagnóstico en problemas de aprendizaje en el área de matemática.

## II. MARCO TEÓRICO

### 2.1 Antecedentes

Luego de haber realizado una exhaustiva revisión de la literatura científica de investigaciones internacionales y nacionales de las bases de datos repositorios de tesis de las universidades PUCP, UNMSM y UMCH, Dialnet, REDALYC, revistas de educación, SciELO, Alicia - Concytec, ERIC, Scribd y EBSCO, durante los últimos 10 años, se puede apreciar que se está realizando mayor investigación de la variable resolución de problemas a nivel internacional y nacional, pero existen pocas investigaciones que estudien la relación entre la resolución de problemas y el cálculo mental.

Por lo tanto, se ha creído conveniente citar algunas investigaciones que se relacionan de forma indirecta con el presente estudio, ya que abordan una de las variables de estudio relacionándolas con otras que no son parte de esta investigación o con diferentes muestras.

#### **A nivel internacional**

Granados (2019) elaboró un estudio acerca de las dificultades de aprendizaje en la utilización de las calculadoras para el desarrollo del cálculo mental en la resolución de problemas aritméticos en Colombia. El objetivo general fue identificar si la utilización de la calculadora influye en el desarrollo del cálculo mental para la resolución de problemas aritméticos en estudiantes de tercer a undécimo grado. El diseño utilizado fue no experimental. La muestra estuvo conformada por 45 estudiantes desde el grado tercero hasta el grado undécimo, tomando al azar 5 estudiantes por grado. Como instrumentos para el proceso de recolección de los datos se utilizaron, un test con ejercicios de cálculo mental sin la utilización de la calculadora y un test-2 con ejercicios de cálculo mental utilizando la calculadora.

Como principal resultado se pudo evidenciar que la utilización de la calculadora, para desarrollar el cálculo mental, no es una herramienta que se deba de utilizar en el aula si se quiere alcanzar esta habilidad; no obstante, la calculadora puede ser un medio por el cual se compruebe la veracidad de los resultados.

Tabares (2018) realizó un estudio que abordó un proyecto de aula para la enseñanza de la resolución de problemas con operaciones básicas a partir del aula taller de matemáticas en Colombia. El objetivo general fue el fortalecer proceso de enseñanza de resolución de problemas. La muestra estuvo conformada por 40 estudiantes del cuarto grado de educación básica primaria. Como instrumentos se utilizaron la observación de los participantes, una prueba diagnóstica y una prueba final. Los principales resultados indicaron que los estudiantes desarrollaron habilidades para dedicar tiempo a las situaciones planteadas, lo que se evidenció en la lectura en silencio y en la realización de los algoritmos correspondientes para llegar a la solución teniendo en cuenta procesos generales de las matemáticas (en el reporte original no aparecen datos sobre el diseño utilizado).

Baeza (2015) llevó a cabo un estudio comparativo de procesos de resolución de problemas y de juegos de estrategia en educación primaria en España. El objetivo general fue comparar los procesos de resolución de problemas y de juegos de estrategia, buscando evidencias que permitan establecer relaciones entre ambos procesos. Se trató de una investigación exploratoria-comparativa. La muestra fue integrada por 24 estudiantes de quinto grado de primaria de un centro educativo religioso, los cuales participaron en un programa de cálculo mental y resolución de problemas. Se concluyó que las tareas diseñadas para ser analizadas permiten comparar los procesos de resolución de problemas y de juegos de estrategia; también la resolución de problemas y los juegos de estrategia presentaron similitudes en los episodios de la lectura y familiarización al inicio del proceso, así como al final de las sesiones en la verificación y argumentación.

Toboso (2004) realizó una investigación sobre la evaluación de habilidades cognitivas en la resolución de problemas matemáticos en España. Su objetivo general fue analizar y valorar los procesos cognitivos que intervienen en la resolución de los

problemas matemáticos de narración, así como el de otras variables personales y contextuales que también pueden incidir, significativamente, en el desarrollo de esta habilidad para mejorar las intervenciones educativas, dirigidas a la adaptación curricular que exige el sistema educativo actual. Se trató de una investigación experimental. La muestra constó de 268 estudiantes de 7 institutos de 2º y 3º de ESO (Educación Secundaria Obligatoria de Valencia). Usó como instrumentos una batería de cuatro pruebas creadas por él autor basada en el modelo del procesamiento de la información, la “Evaluación de componente cognitivos en la comprensión lectora” (ECCL), la “Evaluación de componentes cognitivos en la selección del plan de trabajo” (ECSP), la “Evaluación de componentes cognitivos en la organización de estrategias” (ECOE) y la “Evaluación de componente cognitivos en la ejecución del plan de trabajo” (ECEP). De los diversos análisis realizados, en el agrupamiento jerárquico de participantes, se han identificado cuatro tipos de alumnos concluyendo que el 15,67% presentan buenas habilidades en las cuatro fases del proceso de resolución; el 13,43% tienen buenas habilidades para seleccionar el plan y ejecutar los algoritmos, y menos desarrolladas las referidas a la comprensión lectora y a la organización de estrategias; el 30,59% han logrado una aceptable comprensión lectora, manifestando bajas habilidades en el resto de las fases; y el 40,29%, que viene a coincidir aproximadamente con los alumnos que no superan los objetivos en el área de matemáticas, obtienen los niveles más bajos en las cuatro habilidades básicas analizadas.

Gómez (1995) efectuó una investigación sobre la tipología de los errores en el cálculo mental en España. La investigación constó de dos partes principales: una panorámica y otra experimental. El objetivo general del aspecto panorámico fue analizar los diversos métodos de cálculo mental, los errores más frecuentes y organizarlos en una estructura global. El aspecto experimental tuvo como objetivo analizar los errores cometidos por estudiantes al resolver operaciones solo con cálculo mental. Se evaluó a 144 estudiantes españoles de la Escuela de Magisterio de la Universidad de Valencia. Los instrumentos utilizados fueron dos pruebas del tipo test (pre test y post test) con ejercicios de cálculo mental con números naturales y decimales, entre la aplicación de los dos test, se llevó a cabo una fase de enseñanza propuesta por el autor. Los resultados obtenidos para el aspecto panorámico es que el

cálculo mental evidencia los errores en la comprensión de nociones aritméticas que no se visualizan al utilizar el método tradicional de columnas y para el aspecto experimental es que los estudiantes utilizan procedimientos inapropiados en los cuales los mecanismos que se han identificado son: generalizaciones, extrapolaciones y centramientos.

Como se puede apreciar, existe un creciente interés en la comunidad científica por abordar estudios vinculados a las matemáticas, con especial énfasis en la resolución de problemas y cálculo mental. En cuanto a la variable resolución de problemas, unas investigaciones se orientan hacia la identificación de las habilidades cognitivas básicas necesarias. En otros estudios, se centran en buscar proyectos para la enseñanza en resolución de problemas. En cuanto al cálculo mental, desde los años noventa, la comunidad científica internacional se interesó en desglosar esta variable. En estos estudios se plantearon la tipología, los errores comunes y su implementación en el contexto educativo lo cual se utilizó como base para nuestra investigación. También podemos resaltar que los estudios se han realizado en diversos grupos etarios, desde educación básica regular hasta estudiantes de educación superior y futuros docentes.

### **A nivel nacional**

Torres (2018) realizó un estudio sobre la aplicación de estrategias lúdicas para el desarrollo de cálculo mental. Tuvo como objetivo general aplicar estrategias lúdicas para el desarrollo de cálculo mental, en alumnas y alumnos del tercer grado de educación secundaria. El diseño de la investigación fue longitudinal, con grupo control y grupo experimental. La muestra para el grupo experimental y grupo control fue de 25 alumnos para cada caso, teniendo una muestra total de 50 alumnos. Se aplicó la prueba de desarrollo de cálculo mental y el cuestionario sobre el cálculo mental. Como resultados se obtuvo que sí existe diferencia significativa entre las medias del pre test y post test sobre el desarrollo de cálculo mental posterior a la aplicación de las estrategias lúdicas.

Cáceres y Menacho (2017) efectuaron una investigación sobre la aplicación de estrategias de cálculo mental en la resolución de problemas aritméticos verbales aditivos y multiplicativos. Tuvieron como objetivo general demostrar en qué medida la aplicación de estrategias de cálculo mental influye en la resolución de problemas aritméticos verbales aditivos y multiplicativos. El diseño de la investigación fue un estudio experimental utilizando el diseño cuasi experimental con dos grupos no equivalentes, con pre test y post test. La muestra fue para el grupo experimental 20 estudiantes y grupo control fue de 16 alumnos, teniendo una muestra total de 36 estudiantes. Se aplicó como instrumento una prueba que permitió formular un conjunto sistemático de preguntas de resolución de problemas. Como resultados se obtuvo que la aplicación de estrategias de cálculo mental sí influye en la resolución de problemas de PAEV en los alumnos de cuarto grado de primaria.

Fuentes y Quilcate (2015) realizaron un estudio sobre la comprensión lectora y la elección de la operación para resolver problemas aritméticos. Tuvo como objetivo principal determinar la relación existente entre la comprensión lectora y la elección de la operación para resolver problemas aritméticos. El diseño de la investigación fue correlacional comparativo transversal. La muestra estuvo conformada por 160 estudiantes de cuarto grado de una institución educativa pública de Huaraz. Se aplicó la batería de evaluación de Procesos Lectores PROLEC-R y la prueba de tipos de Enunciados Aritméticos (PTEPA) para niños del cuarto grado de primaria. La investigación concluye que si existe una relación significativa positiva entre las variables, pero no se puede determinar que el sexo sea un factor que establezca diferencias de desempeño.

Ramos, Trujillo y Valdivia (2013) desarrollaron una investigación para elaborar la prueba Mathkou VI aplicado a la realidad educativa peruana. Tuvo como objetivo principal elaborar un instrumento de evaluación matemática en Lima Metropolitana. El diseño fue correlativo de tipo psicométrico. La muestra estuvo conformada por 681 estudiantes de sexto grado de catorce colegios de Lima Metropolitana. Se validó la prueba Mathkou VI en base a 20 capacidades propuestas por el Diseño Curricular Nacional. Se concluyó que la prueba elaborada presenta una fiabilidad significativa,

también percentiles a la realidad nacional con los cuales se puede interpretar los niveles de desempeño matemático.

Astola, Salvador y Vera (2012) realizaron una investigación sobre la efectividad del programa GPA-RESOL en el incremento del nivel de logro en la resolución de problemas aritméticos aditivo y sustractivo en estudiantes de segundo grado de primaria. Tuvieron como objetivo general elaborar un programa que determine el incremento del nivel de logro en resolución de problemas aritméticos aditivos y sustractivos para conocer su efectividad. El diseño fue cuasi experimental pre test - post test. Se realizó en una muestra de 49 estudiantes para el grupo experimental y 45 para el grupo control. Se utilizó una adaptación de la Evaluación Censal de Estudiantes en Resolución de Problemas – segundo grado de primaria y se aplicó en 22 sesiones el programa GPA-RESOL. Se concluyó que el nivel de logro en resolución de problemas aritméticos aditivos y sustractivos después de la aplicación del programa GPA-RESOL es altamente significativo.

Bastian (2012) efectuó una investigación sobre la relación entre comprensión lectora y resolución de problemas matemáticos, cuyo objetivo general fue demostrar que existe relación entre la comprensión de lectura y la resolución de problemas matemáticos. El diseño de la investigación fue no-experimental transversal. Trabajó con una muestra de 265 estudiantes procedente de ocho instituciones educativas del distrito de la Molina de sexto grado del nivel primario. Se aplicó la prueba de complejidad lingüística progresiva (CLP 6 – FORMA A) y una prueba de resolución de problemas matemáticos, diseñada por la autora. Se concluyó que existe una correlación estadísticamente significativa entre las dos variables propuestas. Se demostró una correlación estadísticamente significativa entre ambos tipos de comprensión de lectura (literal e inferencial) con la resolución de problemas matemáticos.

Yamamoto (2011) desarrolló una investigación sobre las estrategias de meta comprensión lectora y resolución de problemas matemáticos textuales. El objetivo general fue determinar la relación entre estrategias de meta comprensión lectora y la resolución de problemas matemáticos textuales. Se trató de una investigación

transversal correlacional. La muestra del estudio fue integrada por 48 estudiantes de séptimo grado del colegio internacional Hiram Bingham. Se administró la Prueba de problemas matemáticos textuales y el inventario de meta comprensión lectora. Se concluyó que las estrategias de meta comprensión lectora antes de la lectura no tienen relación directa con la resolución de problemas, sin embargo, las estrategias de meta comprensión lectora durante y después de la lectura tienen una relación directa con la solución de problemas matemáticos textuales.

Roque (2009) investigó la influencia de la enseñanza de la matemática basado en la resolución de problemas en el mejoramiento del rendimiento académico, tuvo como objetivo general comprobar si existen diferencias significativas en el nivel de rendimiento académico del grupo de estudiantes que trabajó con la estrategia de enseñanza de la matemática basada en la resolución de problemas con respecto al grupo al que no se le aplicó tal estrategia. Utilizó el diseño cuasi-experimental pre prueba – post prueba. La muestra estuvo conformada por 56 estudiantes ingresantes a la escuela profesional de enfermería de la Universidad Alas Peruanas (UAP) en el ciclo 2008-I. Se administró un cuestionario para los estudiantes ingresantes y otra para los docentes. También se utilizó una lista de cotejo de la enseñanza matemática. El autor concluye que la enseñanza de la matemática basada en la resolución de problemas ha mejorado significativamente (tanto estadística como pedagógico-didácticamente) el rendimiento académico de los estudiantes ingresantes.

Díaz y Garay (2007) realizaron un estudio sobre la comprensión lectora y la resolución de problemas matemáticos. Tuvo como objetivo general establecer la existencia de una relación entre la comprensión lectora y la resolución de problemas en el área de matemática. El diseño utilizado fue correlacional. La muestra estuvo conformada por 143 estudiantes de quinto grado y 133 estudiantes de sexto grado. Se aplicó el Test de comprensión lectora de Complejidad Lingüística Progresiva (CPL), formas paralelas y la Prueba de Comprensión de Problemas para quinto y sexto grado. Se concluyó que existe una relación significativa entre las dos variables del estudio. También se demostró que existe relación entre la comprensión lectora y el enunciado del problema a resolver, ya sea si se presenta como enunciado literal o enunciado numérico.

Ramírez (2007) investigó sobre las estrategias didácticas para una enseñanza de la matemática centrada en la resolución de problemas. Tuvo como objetivo general aplicar el “Método de la clase centrado en problemas” en los estudiantes de la especialidad de educación primaria y comprobar si este método presenta un impacto significativo entre los estudiantes. El diseño fue experimental. La muestra censal fue conformada por 166 estudiantes, el grupo control por 72 alumnos del séptimo y noveno ciclo de la Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle de la especialidad de primaria y el grupo experimental por 43 estudiantes del séptimo y décimo ciclo de la facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos de la especialidad de primaria. También formaron parte del estudio los estudiantes de quinto y sexto grado del colegio peruano alemán Alexander Von Humboldt, los cuales se caracterizan por su formación basada en la resolución de problemas en el área de matemática. Se aplicó la prueba de Razonamiento Matemático para medir el rendimiento de resolución de problemas en los tres grupos. El estudio concluyó que el curso de “Didáctica de las matemáticas III” propuesta por la autora y centrada en la resolución de problemas tuvo efectos positivos y significativos en el grupo experimental.

Como se puede apreciar en la revisión de estos antecedentes, existe un creciente interés por abordar temas relacionados con el cálculo mental. Cabe resaltar que las investigaciones realizadas en matemáticas en nuestro país han sido trabajadas en menor medida en comparación con los temas de escritura y la lectura. Posteriormente, gracias a los aportes de diversos teóricos, las indagaciones dentro del área crecieron orientándose a la resolución de problemas. Muchas de estos estudios se enfocaron en relacionar esta variable con la comprensión de lectura. También otras investigaciones plantearon metodologías de enseñanza centrados en la resolución de problemas. Pero a partir de estos últimos cinco años, las temáticas que buscan incrementar el desempeño en esta área mediante diversas estrategias matemáticas han ido aumentando. Una de estas propuestas es el cálculo mental. También otra conclusión que se puede inferir a partir de la revisión exhaustiva de las investigaciones nacionales es que existen escasos instrumentos validados a nuestra

realidad para evaluar el cálculo mental y resolución de problemas en estudiantes que concluyen el tercer ciclo de educación básica.

## **2.2 Bases teóricas**

En el presente estudio se analiza lo que se entiende por cálculo mental y resolución de problemas. Primero se presenta el punto de vista de varios autores describiendo la definición del cálculo mental y sus tipos, luego se destaca los principios que tiene el cálculo mental; también se amplía el tema sobre el aprendizaje del cálculo y por último se desarrolla las ventajas del uso del mismo en la escuela.

Con respecto a la resolución de problemas se realiza una revisión de lo que se entiende por problema y resolución de problemas, luego se analiza la importancia de enseñar matemáticas basado en resolución de problemas y el enfoque propuesto por el Minedu (2016), así como los objetivos que pretende desarrollar en el área de matemática. Además, se detalla los factores que influyen en la resolución de problemas matemáticos, la clasificación de los problemas matemáticos y los pasos para resolver un problema matemático.

### **2.2.1 Cálculo mental**

#### **2.2.1.1 Definición**

Congrains (1984) considera que el cálculo mental es realizar la totalidad de la operación, así como todas las sub-operaciones requeridas, solo en la mente, sin hacer anotaciones y sin ninguna ayuda visual o escrita, mecánica o electrónica.

Parra y Saiz (1993) sostienen que el cálculo mental es el conjunto de procesos que, analizando los datos por resolver, se articulan sin recurrir a un algoritmo restablecido, para obtener resultados exactos o aproximados.

Ramírez (2007) define “el cálculo mental como un conjunto de técnicas para calcular sin utilizar lápiz ni papel y en este sentido desarrolla y agiliza la mente del sujeto que lo practica” (p. 52).

Ortiz y Ortega (2009) proponen que el cálculo mental es un cálculo de cabeza, sin ayuda externa y con datos exactos.

Jiménez (2012) plantea que:

El cálculo mental es realizar cálculos matemáticos utilizando solo el cerebro sin ayuda de otros instrumentos como calculadoras o incluso lápiz o papel. Las operaciones escritas tienen una forma de hacerse, bien determinada y siempre igual, con independencia de los números que entren en juego. Sin embargo, no ocurre lo mismo en el plano mental (p. 1).

Todas estas definiciones permiten comprender las diversas concepciones que se tiene sobre el cálculo mental; sin embargo, por motivos del estudio se ha optado por escoger la definición de Ramírez (2007) debido a que enfatiza que existe una serie de técnicas dentro del cálculo mental, las cuales serán seleccionadas por los estudiantes según crean conveniente.

#### **2.2.1.2 Tipos de cálculo mental**

Según Bernabeu, (cómo se citó en Cáceres y Menacho, 2017) existen tres tipos de cálculo: el oral, el escrito y el instrumental.

El cálculo oral es una forma de cálculo que requiere dominio de una acción, en la cual las capacidades, los conocimientos y las habilidades se integran en correspondencia con el nivel de desarrollo de la personalidad de la persona y que se resuelve sin ayuda de un medio auxiliar o de un procedimiento escrito. Este cálculo es la base para la comprensión del cálculo escrito e instrumental.

El cálculo escrito es el que aplica reglas y formas de escrituras que permiten reducir el cálculo a ejercicios simples designados por las cifras básicas (dígitos), y se calcula con los factores de las potencias de diez o sea con las unidades decenas y centenas de la estructura clásica de la numeración decimal.

El cálculo instrumental se realiza con ayuda de un medio auxiliar. Este medio podría ser desde los dedos, el ábaco, los propios procedimientos de cálculo, hasta la calculadora, según sea escogido por el estudiante al momento de desarrollar el cálculo.

### 2.2.1.3 Principios del cálculo mental

Ramírez (2007) sostiene que “no hay reglas fijas en el cálculo mental y suelen utilizar cierto principios básicos” (p.52). Esta actividad mental le confiere capacidades de análisis y toma de decisiones con rapidez evitando así la memorización mecanística. Estas estrategias se basan en los siguientes principios básicos:

El principio de analogía consiste en generalizar una estrategia a otros ejercicios o situaciones similares, es decir los comparamos a una situación anterior trabajada. Esto quiere decir, si un estudiante puede captar una adición como  $6 + 3 = 9$ , entonces será capaz de deducir por analogía que  $60 + 30 = 90$  o que  $600 + 300 = 900$ . Y si el doble de 2 es 4, entonces el doble de 20 es 40 y el doble de 200 será 400.

El principio de descomposición consiste en descomponer los términos de modo que realicen dos operaciones más simples en lugar de una compleja. Por ejemplo, si para un estudiante es complicado sumar  $43 + 26$ , puede descomponer el “+26” en “+20 y +6” efectuando de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 43 + 26 &= \\
 43 + (20 + 6) &= \\
 (43 + 20) + 6 &= \\
 63 + 6 &= 69
 \end{aligned}$$

El principio de distribución es utilizado con mayor frecuencia en las operaciones de multiplicación y división. Este principio consiste en repartir uno de los factores de la manera más conveniente y luego se operarlo con el otro factor. Esto permite el desarrollo de la creatividad y la imaginación porque no hay una forma única de utilizarlo. Por ejemplo:

$$\underline{4 \times 17 = 68}$$

$$4 \times 10 = 40$$

$$4 \times 7 = 28$$

$$\underline{4 \times 17 = 68}$$

$$4 \times 20 = 80$$

$$- 4 \times 3 = - 12$$

En la presente investigación solo se utilizarán los principios de analogía y descomposición para la creación de la batería de ejercicios de cálculo mental CALCUMATIC porque son las que más se adaptan a las operaciones de adición y sustracción, las cuales son requeridas para el segundo grado, además sólo se está trabajando con los problemas matemáticos en el campo aditivo. En cambio, el principio de distribución, se adapta para las operaciones de multiplicación, las cuales son pedidas para el cálculo mental en el siguiente grado, lo cual no corresponde al objetivo de este estudio.

#### **2.2.1.4 El aprendizaje del cálculo mental**

Pereda (1985) afirmó que hace relativamente poco tiempo aún había educadores interesados en desarrollar en los alumnos la capacidad de realizar mentalmente los cuatros operaciones básicas. Claro está, no sustituían ciento por ciento el cálculo escrito por el cálculo mental, sino que combinaban, la práctica de ambos. Y resulta revelador observar que quienes pasaron por esta experiencia no han perdido, muchas décadas más tarde, una pertinaz capacidad para procesar cantidades en la mente.

El cálculo mental perdió su papel primordial debido a la llegada de las calculadoras, las computadoras y los teléfonos celulares; sin embargo, en las últimas décadas ha recobrado su importancia como actividad cognitiva reveladora en el proceso de enseñanza – aprendizaje temprano de la matemática (Gómez, 1995).

Gómez (1995) propone un programa de integración de la enseñanza de los métodos de cálculo mental, donde no debería buscar la rapidez, la inmediatez, o la uniformidad en los procedimientos, sino el análisis de las situaciones numéricas, la comprensión y la adquisición de los conceptos relacionados con la operatoria y la numeración.

Este autor plantea una secuenciación de actividades de aprendizaje que se toman como referencia al iniciar con formas de conteo, luego utilizar descomposición de

números y por último descubrir y utilizar estrategias que involucren el uso de propiedades de las operaciones con el fin de facilitar el cálculo mental.

Jiménez (cómo se citó en Fernández, 2014) afirma que:

Una operación aritmética efectuada mentalmente no tiene una única vía de cálculo, y sorprende la variedad de enfoques posibles. Explorarlos, inspeccionar todas las posibilidades, optar por una de ellas, determinar el orden de actuación, valorar el resultado, etc., convierte al cálculo a secas en cálculo pensado (p. 24).

Según Jiménez (2012) las operaciones se pueden resolver de diversas formas, pero todos llevan al mismo resultado. Por eso se pretende que desde los colegios los estudiantes conozcan diversas estrategias de resolución y puedan escoger la que más se adapte a sus características. Este autor presenta algunas técnicas y estrategias que pueden ser usadas al realizar cálculos mentales sencillos para la suma y la resta, las cuales serán detalladas a continuación.

#### a. Estrategias para la suma

Los recuentos o conteos son la técnica utilizadas por los estudiantes de los primeros grados del nivel primario, estos utilizan los dedos como principal herramienta para la resolución de una operación presentada. Por ello, para mejorar esta técnica y conseguir mayor rapidez es importante introducir las series en forma ascendente.

$$44 + 5 = 44 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 49$$

$$38 + 6 = 38 + 2 + 2 + 2 = 44$$

El doblar es otra estrategia que se lleva a cabo calculando el doble de la cantidad menor de la operación y se le suma el resto de las unidades que han sobrado. En ocasiones no sobra ninguna unidad, ya que el doble queda completado con la descomposición de los números.

$$5 + 7 = (5 + 5) + 2 = 12$$

$$7 + 8 = (7 + 7) + 1 = 15$$

La propiedad conmutativa es una estrategia en la cual resulta más sencillo cuando el primer sumando es mayor que el segundo, por ello, cuando no es así conviene realizar mejor el cambio.

$$26 + 48 = 48 + 26 = 74$$

$$13 + 54 = 54 + 13 = 67$$

La propiedad asociativa se resuelve cuando la operación tiene tres o más sumandos por ello es conveniente realizar agrupaciones para que resulte más fácil obtener el resultado.

$$64 + 48 + 16 = 64 + (48 + 16) = 64 + 64 = 128$$

$$23 + 35 + 48 = (23 + 35) + 48 = 58 + 48 = 106$$

Para la estrategia de la descomposición, se descompone uno o los dos sumandos, en sumas y restas. De esta manera se consigue obtener una operación equivalente pero más sencilla que la inicial. Se debe tener en cuenta que la descomposición se realiza en las decenas más próximas.

- Suma de decenas y unidades:

$$48 + 16 = (40 + 10) + (8 + 6) = 50 + 14 = 64$$

- Se completa las decenas:

$$48 + 16 = (48 + 2) + 14 = 64$$

#### b. Estrategias para la resta

Los recuentos o conteos, se realizan utilizando “la prueba de la resta”, es decir cambiar la idea de la resta como tal. Se lleva a cabo pensando el número que le tengo que sumar al sustraendo para obtener el resultado del minuendo.

$$37 - 22 = X$$

$$22 + X = 37$$

$$X = 15$$

La estrategia de descomposición, tal y como se aplica en la suma, presenta dos operaciones de realizar:

- ✓ La primera es restar al minuendo las unidades, decenas, centenas del sustraendo o a la inversa.

$$47 - 22 = 47 - 2 - 20 = 45 - 20 = 25$$

- ✓ La segunda es completar uno de los dos números hasta una decena próxima y sumar o restar unidades del resultado final.

$$37 - 22 = 40 - 22 - 3 = 18 - 3 = 15$$

### **2.2.1.5 Ventajas del uso del cálculo mental en la escuela**

Para Gómez (cómo se citó en Ortiz y Ortega, 2009) la práctica del cálculo mental en el aula tiene influencias positivas en los estudiantes, ya que contribuye a la comprensión y sentido del número, al conocimiento de las concepciones que tienen los estudiantes sobre los procedimientos del cálculo y cimienta la base para el cálculo aproximado. También el cálculo mental proporciona la independencia en la elección de procedimientos y estrategias que ayudan al desarrollo de capacidad intelectuales, favorecen la concentración, la reflexión, la confianza en el cálculo aritmético y despiertan el interés.

Asimismo, Gálvez et al. (2011) afirman que el aprendizaje del cálculo mental presenta diversos beneficios para el estudiante; como el desarrollo de la atención, la concentración y la memoria. También fomenta la familiarización progresiva con los números, su representación en diversas maneras según el contexto del cálculo, y el aprovechamiento de las propiedades fundamentales de las operaciones numéricas básicas (asociativa, conmutativa, distributiva). El uso del cálculo mental desarrolla en los estudiantes la expresión, discusión y comparación de una variedad de procedimientos y estrategias para calcular, en función de las relaciones entre los números con los que se está operando.

Reys (cómo se citó en Segovia y Castro, 2009) defiende la enseñanza del cálculo mental en las aulas proponiendo cinco razones:

- Es un pre-requisito para el desarrollo de la aritmética escrita.
- Es un promotor del conocimiento de las estructuras de los números y sus propiedades.

- Es un promotor de la creatividad, del conocimiento independiente e incita a los estudiantes a tener ingenio con números grandes.
- Contribuye a la mejora en resolución de problemas.
- Es una base para el desarrollo de técnicas de cálculo estimativo.

Ortiz (2014) plantea que la práctica diaria del cálculo mental integra una serie de competencias básicas que el estudiante desarrolla a lo largo de su etapa escolar, las cuales serán desarrolladas a continuación:

- a. La competencia matemática, la cual ayuda a profundizar en la comprensión de los números y su valor, ya que, cuando se hace un cálculo, normalmente se tiende a transformar a los números en otros más sencillos.

Por ejemplo:  $25 + 9 = (20 + 5) + 9 = 20 + (5 + 9) = 20 + 14 = 34$ .

También colabora en la profundización de las estructuras numéricas, bien sea, relacionando las operaciones entre sí o utilizando diferentes procedimientos y propiedades; además, altera el orden de las operaciones, mediante recolocación.

Por ejemplo:  $(14 + 27 + 26 + 13 = (14 + 26) + (27 + 13) = 40 + 40 = 80)$ .

Finalmente, por la variedad de procedimientos que se presentan al desarrollar los ejercicios se podría decir que es un trabajo de resolución de problemas de naturaleza abierta, puesto que los estudiantes pueden elegir diferentes caminos de resolución o procedimientos para llegar a la respuesta correcta.

- b. El desarrollo de capacidades también es una capacidad básica que desarrolla el uso constante del cálculo mental, ya que al resolver una operación mentalmente, cada individuo debe hacer uso, de una serie de procedimientos o estrategias que conlleva este tipo de cálculo. Si esta práctica se hace de forma continua, el estudiante puede adquirir y desarrollar una serie de habilidades:
  - La habilidad para planificar, ya que organizar los pasos del procedimiento que se quiere llevar a cabo es lo primero para resolver un cálculo.

- La habilidad para la atención o concentración es importante porque al distraerse un estudiante durante el procedimiento puede tener que empezar de nuevo o caer en el error.
  - La habilidad para reaccionar al estímulo-respuesta, puesto que, al tener que responder al resultado demandado por el docente en un tiempo concreto, el estudiante deberá tomar unas decisiones en un tiempo corto para poder saber elegir una opción como respuesta luego de haber desarrolla mentalmente la operación.
  - La habilidad para la flexibilidad porque al momento de buscar un resultado, se pueden modificar (descomponer, cambiar el orden, etc.) los datos o emprender distintos caminos de resolución.
  - Otra habilidad muy importante a desarrollarse es la memoria porque se tiene obligatoriamente que hacer uso de la misma, ya sea a corto como a largo plazo. Por otro lado, se potencia la imaginación y la creatividad puesto que se debe emplear cada vez el procedimiento que resulte más idóneo y no tiene que ser único.
  - Por último, la habilidad de la autonomía desarrolla que cada individuo seguirá los caminos que le resulten más fáciles para resolver una operación.
- c. La utilidad en la vida diaria, puesto que, mediante la resolución de problemas con enunciados relacionados con su vida diaria, el estudiante puede aprender a encontrar respuestas a numerosos problemas de la vida diaria.

Con todo lo expuesto se evidencia las bondades del aprendizaje del cálculo mental en los estudiantes, de forma especial se resalta el desarrollo de la autonomía y la toma de decisiones en cuanto a la elección de la estrategia más adecuada para su resolución. Así mismo, considerando la importancia de esta habilidad para el desarrollo de otras capacidades, el Minedu ha considerado al cálculo mental dentro de su programa curricular; por lo que sugiere también a los profesores la enseñanza de diversas estrategias de cálculo mental en las rutas de aprendizaje.

### **2.2.2 Resolución de problemas matemáticos**

### **2.2.2.1 Definición de problema**

Buschiazzo, Cattaneo, de Hinrichsen, Filipputti y Lagreca (1997) entendieron que “el problema implica una dificultad, ya que se plantea una situación nueva que se debe dilucidar por medio del razonamiento. La superación de esta dificultad que se habrá de alcanzar a través de algún camino constituye la resolución del problema” (p. 58).

Calvo (2008) sostiene que los problemas deben buscar desarrollar en el estudiante el pensamiento matemático y generar estrategias mentales. Los problemas matemáticos implican plantear verdaderos retos que desafíen el razonamiento de los estudiantes y no sólo la utilización mecánica de algoritmos, ya que muchos estudiantes no buscan comprender los problemas sino identificar el tipo de operación al que se hace referencia. Por tal motivo, el profesor debe plantear problemas a sus alumnos que supongan verdaderos retos; es de suma importancia que estos problemas tengan una presentación diversa para evitar la mecanización.

Así mismo Calvo (2008) afirma que los estudiantes deben enfrentarse al problema de manera creativa, utilizando sus propias estrategias de resolución y ser ellos quienes propongan la mejor forma de solución; para esto es necesario que estén en contacto con el material necesario que les permita apoyar su pensamiento. Además, es importante que utilicen el conocimiento que poseen para generar uno nuevo que les permita comprender la información relevante para resolver el problema.

Parra (2007) define a un problema en la escuela como “la situación en la que hay algo que no se sabe, pero se puede averiguar” (p. 18). Para que un problema sea considerado como tal es necesario que no disponga de una solución conocida, pero si deben contar con algunas herramientas para su resolución. Es decir, el problema debe ser un desafío para el estudiante en el cual deberán poner en práctica habilidades de imaginación, acciones estratégicas y recursos para resolverlo.

### **2.2.2.2 Definición de resolución de problemas**

Díaz y Garay (2007) sostienen que la resolución de problemas es una estrategia que “implica crear un contexto donde los datos guarden cierta coherencia” (p.21), yendo más allá de la aplicación mecánica de un algoritmo.

Ruiz y García (2003) sostienen que la resolución de problemas es “un proceso a través del cual quien aprende combina elementos del conocimiento, reglas, técnicas, destrezas y conceptos previamente adquiridos para dar respuesta a una situación nueva” (p.325). Así, la resolución de problemas puede considerarse como el eje central de la enseñanza en matemática.

Por otro lado, Mayer (como se citó en Codina y Rivera, 2001) afirma que la resolución de problemas es “el proceso de transformar el estado inicial dado del problema al estado final, siendo dicha transformación realizada por el pensamiento” (p. 130).

Valles (1998) sostiene que la resolución de problemas son los procesos internos que un estudiante pone en práctica para superar obstáculos que se encuentra en la realización de una tarea.

Puig y Cerdán (1988) entiende al proceso de resolución de problemas como la actividad mental desplegada por el resolutor que es capaz de identificar el problema que se le presenta y toma la decisión de resolverlo.

En esta investigación se asumirá precisamente la definición de Puig y Cerdán debido a que enfatiza el papel fundamental del estudiante (resolutor) en la identificación de la situación problemática que se le presenta. Así como la toma de decisiones para elegir la mejor estrategia para la resolución. También se ha tomado en cuenta la trascendencia de sus investigaciones, ya que han sido punto de partida y de marco conceptual para diversos estudios en el ámbito de las matemáticas a nivel internacional.

### **2.2.2.3 Importancia de una enseñanza de las matemáticas basada en resolución de problemas.**

Diversas investigaciones sostienen los beneficios de la enseñanza de las matemáticas basada en resolución de problemas. A continuación, se mencionarán algunas de ellas.

Echenique (como se citó en Calvo, 2008) explica que al resolver problemas los estudiantes piensan matemáticamente, es decir, abstraen y aplican las ideas matemáticas aprendidas a diversas situaciones de su vida diaria.

Calvo, 2008 afirma que la resolución de problemas es importante en la adquisición y desarrollo del conocimiento matemático y el pensamiento lógico. También considera que el aprendizaje en resolución de problemas ha de realizarse a lo largo de la vida, contribuyendo a desarrollar en los estudiantes estrategias mentales básicas que les favorecerá resolver situaciones cotidianas.

Según Kamii (cómo se citó en Ruiz y García, 2003) “la resolución de problemas debería darse al mismo tiempo que el aprendizaje de las operaciones en vez de después, como aplicaciones de éstas” (p. 326); esto nos explica que el aprendizaje simultáneo de ambos conceptos favorecerá la comprensión de las operaciones aritméticas.

Defior (1996) considera que la resolución de problemas es el objetivo último de la enseñanza de las matemáticas, la cual implica en primer lugar el desarrollo del razonamiento matemático, también la rapidez y la precisión de cálculo.

Chamorro (2006) investigó que la capacidad de plantear y resolver problemas es la base de todo conocimiento científico y constituye en el estudiante la actividad mental por excelencia: el descubrimiento.

Los autores coinciden que la enseñanza basada en la resolución de problemas trae diversos beneficios como la rapidez mental, el razonamiento y favorece la comprensión de conceptos matemáticos. Todos estos conocimientos matemáticos podrán ser transferidos y utilizados en situaciones de su vida cotidiana. Este aprendizaje es pieza clave para el estudiante, por tal motivo es considerado dentro de los objetivos de enseñanza en el Currículo de Educación Nacional.

#### **2.2.2.4 Enfoque centrado en resolución de problemas propuesto por el Ministerio de Educación del Perú en el área de matemática**

El Ministerio de Educación del Perú (2016) concibe el área de matemática como una herramienta que contribuye a desarrollar ciudadanos capaces de: “Buscar, organizar, sistematizar y analizar información, para entender e interpretar el mundo que los rodea, desenvolverse en él, tomar decisiones pertinentes y resolver problemas en distintas situaciones” (p. 230).

Esta visión de matemática supone un nuevo enfoque de enseñanza y metodología diferente, el cual tiene como finalidad trascender del simple conocimiento memorístico de fórmulas y algoritmos siendo de una verdadera utilidad para la vida diaria; además, rompiendo con la tradicional manera de entender cómo es que se aprende la matemática.

El Ministerio de Educación del Perú (2013 b) asumió este enfoque por dos razones fundamentales:

- a) La resolución de problemas es la actividad central del área de matemática.
- b) La resolución de problemas es un medio para relacionar la matemática con la realidad.

Los rasgos más importantes en el enfoque centrado en resolución de problemas, según el Ministerio de Educación del Perú (2016), son los siguientes:

- La matemática es un producto dinámico y en continuo reajuste.
- La actividad matemática tiene como escenario la resolución de problemas planteados.
- Enfrenta a los estudiantes a nuevos retos y demanda en ellos un proceso de indagación y reflexión que les permita la búsqueda de soluciones.
- Promueve la creatividad al resolver y plantear situaciones problemáticas.
- Considera a las emociones, actitudes y creencias como fuerzas impulsadoras del aprendizaje.
- Promueve el aprendizaje autónomo, desarrollando en los estudiantes capacidades de autorregulación y reflexión sobre sus aciertos y las dificultades que surgieron durante el proceso de resolución de problemas.

En su Currículo Nacional, el Ministerio de Educación del Perú (2016) promueve el desarrollo de cuatro competencias a lo largo de toda la Educación Básica Regular:

- Resuelve problemas de cantidad.
- Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.
- Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.
- Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.

En base a este enfoque, se busca desarrollar en los niños capacidades matemáticas que se despliegan a partir de las experiencias y expectativas de los estudiantes, y en situaciones problemáticas reales. Estas capacidades son:

- Traducir y comunicar
- Usar estrategias y procedimientos
- Representar
- Argumentar

En este estudio se considera que lo propuesto por el Minedu respecto a relacionar el concepto matemático con una situación problemática es más significativo y cercano con la realidad del niño. Además, el proceso de resolución de problemas se puede trasladar a otras circunstancias, ya que las capacidades de buscar, organizar, analizar, sistematizar y comprobar serán útiles en el desarrollo integral de cada estudiante.

#### **2.2.2.5 Factores que se necesitan en la resolución de problemas**

Díaz y Garay (2007) organizan en tres categorías los factores intervinientes en la resolución de problemas, tomando en cuenta el enfoque cognoscitivo:

##### a) Factores relacionados con los procesos

Procesos mentales desarrollados por los individuos, mientras resuelven un problema como la atención, memoria, pensamiento, la imaginación y la creatividad.

##### b) Factores dependientes del estudiante

Desde muchos años ha sido considerado un factor importante las características del alumno en el éxito o fracaso al resolver un problema. Estos son por ejemplo el conocimiento teórico, el nivel de desarrollo cognitivo, la experiencia previa, la habilidad en la lectura, la perseverancia, las habilidades de tipo espacial, la creatividad, la actitud, etc.

Según los autores mencionados, toma relevancia representar los términos de solucionadores expertos y novatos y las diferencias entre ellos. Los individuos expertos poseen mayor información que los novatos, lo cual facilita la representación del problema en términos de esquemas, estructuras, procedimientos y métodos heurísticos. Las representaciones abstractas habilitan a los expertos para enfrentar con mayor eficiencia los problemas.

Considerando los factores dependientes del estudiante, Mayer (1986) considera que en la resolución de problemas influyen diversos procesos mentales (conocimientos) complejos, estos son:

- Conocimiento lingüístico: Conocimiento de la lengua en que está redactado el problema.
- Conocimiento semántico: Conocimiento de los hechos acerca del mundo.
- Conocimiento esquemático: Conocimiento de los tipos de problemas.
- Conocimiento operativo: Conocimiento de cómo llevar a cabo la secuencia de operaciones.
- Conocimiento estratégico: Conocimiento de técnicas para saber cómo utilizar los diversos tipos de conocimiento disponibles para resolver un problema dado.

### c) Factores ambientales

Existen varios factores ambientales que intervienen al momento de resolver un problema, como por ejemplo el ruido, el clima, la hora, el lugar, etc. Sin embargo, la comunidad de educadores en el área de la matemática está de acuerdo en concentrar su esfuerzo en factores relacionados con la instrucción para desarrollar estrategias expertas de pensamiento, para enseñar el uso de herramientas específicas de pensamiento y para entrenar en el uso de reglas generales y específicas de naturaleza heurística (Díaz y Garay, 2007).

### 2.2.2.6 Clasificación de los problemas matemáticos del campo aditivo

Existen diversas clasificaciones de los problemas matemáticos. Polya (1989) propuso que un problema por resolver es descubrir cierto objeto, la incógnita del problema. Los problemas por resolver pueden ser teóricos o prácticos, abstractos o concretos; son problemas serios o simples acertijos. Sus principales elementos son la incógnita, los datos y la condición.

Ejemplo: "Inscribir un cuadrado en un triángulo dado, tal que dos vértices del cuadrado deben hallarse sobre la base del triángulo y los otros dos vértices del cuadrado sobre cada uno de los otros dos lados del triángulo respectivamente" (Polya, 1989, p. 41).

El propósito de un problema por demostrar, también llamado teorema, consiste en mostrar de modo concluyente la exactitud o falsedad de una afirmación claramente enunciada. Sus elementos principales son la hipótesis y la conclusión del teorema que hay que demostrar o refutar.

Ejemplo: "Dos ángulos están situados en dos planos diferentes, pero cada uno de los lados de uno es paralelo al lado correspondiente del otro, y en la misma dirección. Demostrar que los dos ángulos son iguales" (Polya, 1989, p. 43).

Los tipos de problemas "por resolver" se desarrollan y tienen mayor relevancia en las matemáticas de los primeros grados, en cambio los "problemas por demostrar" son trabajados en los grados superiores.

Puig y Cerdán (1988) organizaron a los problemas aritméticos elementales en problemas de una etapa y problemas de más de una etapa, según la cantidad de operaciones aritméticas necesarias para alcanzar la solución. En la tabla 1 se muestra que el problema 5 es de una etapa, mientras el problema 6 es de más de una etapa:

Tabla 1

*Problemas de una etapa y problemas de más de una etapa*

---

Problema 5. Cada gato tiene 4 patas. ¿Cuántas patas tienen entre los 26 gatos?

Problema 6. El ayuntamiento ha arreglado una calle de 187 metros, otra de 59 metros y una

---

---

tercera de 245 metros. ¿Cuántos metros de calle ha arreglado

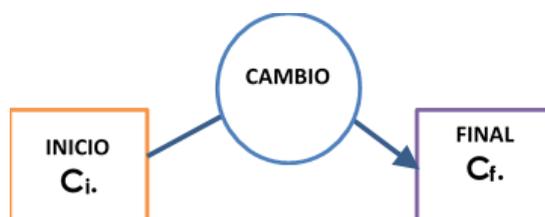
---

*Nota:* De “Estructura a los problemas matemáticos” por L. Puig y F. Cerdán, 1990. Adaptado por las autoras.

En las escuelas del Perú, el III ciclo de Educación Primaria se trabaja con los problemas de una etapa y este tipo de problemas son análisis de nuestra investigación.

Puig y Cerdán (1988) clasificaron a los problemas matemáticos de una etapa según sus categorías semánticas y señala que “el análisis global del significado del texto del problema ha demostrado ser mucho más importante que el análisis efectuado a trozos” (p. 10). Esto tiene relevancia sobre todo a la hora de comprender los procesos empleados por los estudiantes para resolver un problema matemático. Los problemas según su categoría semántica pueden ser:

- a) Problemas de cambio: Se evidencia acciones de agregar- quitar, avanzar-retroceder y ganar-perder. Son problemas verbales que se caracterizan por presentar sus relaciones lógicas aditivas en una secuencia temporal de sucesos; es decir, se pueden distinguir tres momentos diferentes, como se observa en la figura 1, en los que se describe cómo una cantidad inicial que es sometida a una acción, directa o sobreentendida, que la modifica.



*Figura 1.* Esquema del problema de cambio. Elaboración propia.  
 Ci= Cantidad inicia y Cf= Cantidad final.

Las tres cantidades presentes en el problema reciben los nombres de cantidad inicial, final y de cambio. Se pueden presentar seis tipos de problemas de cambio según el lugar donde se ubica la incógnita (ya sea al inicio, final o en el cambio) y el tipo de

modificación (de aumento o disminución) que se aplica a la cantidad inicial (ver tabla 2).

Tabla 2

*Tipos de problemas de cambio*

	Cantidad inicial	Cambio	Cantidad final	Aumento	Disminución	Operación
Cambio 1	√	√	?	X		+
Cambio 2	√	√	?		X	-
Cambio 3	√	?	√	X		-
Cambio 4	√	?	√		X	-
Cambio 5	?	√	√	X		-
Cambio 6	?	√	√		X	+

*Nota:* De “Estructura a los problemas matemáticos” por L. Puig y F. Cerdán, 1988. Adaptado por las autoras.

- b) Problemas de combinar: Se evidencia acciones de juntar y separar. Para Puig y Cerdán (1988), estos tipos de problemas describen una relación entre conjuntos que corresponde al esquema parte-todo (ver figura 2).

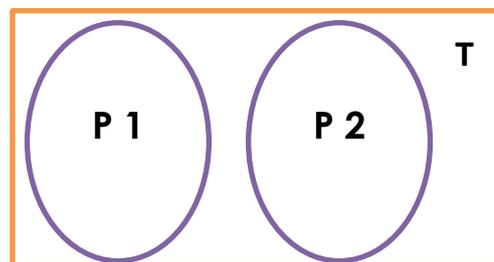


Figura 2. Esquema del problema de combinar. Elaboración propia.  
P1= Parte 1; P2= Parte 2; T=Todo.

La interrogante del problema puede preguntar acerca del todo o acerca de una parte, con lo que se pueden plantear dos tipos de problemas (ver tabla 3).

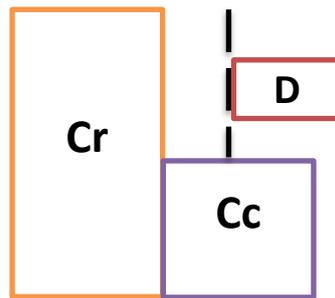
Tabla 3

*Tipos de problemas de combinar*

	Parte 1	Parte 2	Todo	Operación
Combinar 1	√	√	?	+
Combinar 2	√	?	√	-

*Nota:* De “Estructura a los problemas matemáticos” por L. Puig y F. Cerdán, 1988. Adaptado por las autoras.

- c) Problemas de comparar: Son los problemas que establecen una relación estática de comparación entre dos cantidades a través de las expresiones de “más que” o “menos que”. Como se aprecia en la figura 3, Puig y Cerdán (1988) determinaron que en todo problema de comparar existe una cantidad de referencia (Cr), una cantidad comparada (Cc) y la diferencia (D) entre ambas cantidades.



*Figura 3.* Esquema del problema de comparar. Elaboración propia.  
Cr= Cantidad de referencia; D= Diferencia; Cc=Cantidad comparada.

Con estos tres términos se plantean seis tipos de problemas de comparar según el lugar donde se encuentre la incógnita (en la Cr, Cc o D) y el tipo de comparación, ya sea de inferioridad o de superioridad (ver tabla 4).

Tabla 4

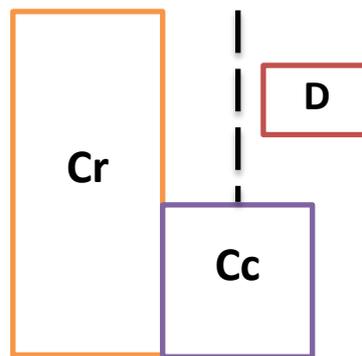
*Tipos de problemas de comparar*

	Cantidad de referencia	Cantidad comparada	Diferencia	Superioridad	Inferioridad	Operación
Comparar 1	√	√	?	X		+
Comparar 2	√	√	?		X	-
Comparar 3	√	?	√	X		-
Comparar 4	√	?	√		X	-
Comparar 5	?	√	√	X		-
Comparar 6	?	√	√		X	+

*Nota:* De “Estructura a los problemas matemáticos” por L. Puig y F. Cerdán, 1988. Adaptado por las autoras.

Según el Ministerio de Educación del Perú (2016), los estudiantes de segundo grado de primaria trabajan con problemas de comparar 1 y 2, por lo tanto, estos dos tipos de problemas son objeto de estudio de nuestra investigación.

d) Problemas de igualación: En estos problemas se incluyen las expresiones “tantos como” o “igual que”. Puig y Cerdán (1988) explicaron que este tipo de problema es un híbrido entre los problemas de cambio y los problemas de comparar, ya que suponen una acción (cambio) de aumentar o disminuir para igualar a otra cantidad con la que ha sido comparada. En estos tipos de problemas encontraremos una cantidad de referencia (Cr) que debe modificarse aumentando o disminuyendo (D) y una cantidad comparada (Cc). Véase la figura 4.



*Figura 4.* Esquema del problema de igualación. Elaboración propia.  
Cr= Cantidad de referencia; D= Diferencia; Cc=Cantidad comparada.

En base a estos tres términos se pueden plantear seis tipos de problemas, ya que la incógnita puede aparecer en cualquiera de las cantidades (referencia, comparada y diferencia), además de que el cambio puede ir aumentando o disminuyendo, esto duplica el número de posibilidades (véase la tabla 5).

Tabla 5

*Tipos de problemas de igualación*

	Cantidad de referencia	Diferencia	Cantidad comparada	Aumento	Disminución
Igualación 1	√	√	?	x	

Igualación 2	√	√	?		X
Igualación 3	√	?	√	x	
Igualación 4	√	?	√		X
Igualación 5	?	√	√	x	
Igualación 6	?	√	√		X

*Nota:* De “Estructura a los problemas matemáticos” por L. Puig y F. Cerdán, 1988. Adaptado por las autoras.

Esta clasificación de los problemas aditivos matemáticos planteada por Puig y Cerdán ha sido utilizada para la creación de la prueba de resolución de problemas matemáticos PROBLEMATIC, ya que presenta la misma propuesta exigida por el Ministerio de Educación del Perú (2016).

### 2.2.2.7 Etapas para resolver problemas matemáticos

Para resolver problemas matemáticos existen diversos modelos, el más difundido por el Minedu, es el de Polya (1989) con sus cuatro fases. Su modelo heurístico presenta los siguientes pasos:

a) Comprender el problema: Propuso que el primer paso para resolver un problema es comprender claramente lo que se pide. Es necesario que el estudiante comprenda la que va a realizar y este motivado para realizarlo. Por eso los problemas planteados no deben ser muy difíciles para la comprensión del estudiante y tampoco muy fáciles que ocasionen la pérdida del interés para resolverlo. El maestro puede comprobar que su estudiante ha comprendido el problema planteado cuando este parafrasea el enunciado o separa las principales partes del problema: la incógnita, los datos y la condición.

b) Concebir un plan: Luego de comprender el enunciado, el siguiente paso es identificar las diferentes relaciones entre la incógnita, los datos y la condición mediante un plan. Polya (1989, p. 33) afirmó que concebir un plan no es tan fácil, pues “hace falta para lograrlo, considerar toda una serie de circunstancias como, los conocimientos ya adquiridos, los buenos hábitos de pensamiento, la concentración y,

lo que, es más, buena suerte”. Para realizar un plan es necesario que el estudiante indague en su propia experiencia resolviendo problemas para que pueda generar una idea. El maestro puede ayudar mediante preguntas y sugerencias.

c) Ejecución de un plan: En comparación a la concepción del plan, la ejecución es más sencilla. Solo requiere un poco de paciencia, e ir comprobando cada detalle de la solución.

d) Volver atrás: Es necesario que los estudiantes reexaminen el resultado y el camino que les condujo a dicha solución. De esta manera se puede consolidar sus conocimientos y desarrollar aptitudes para resolver un problema.

### **2.3 Relación entre el cálculo mental y la resolución de problemas**

Cáceres y Menacho (2017) afirman que, en situaciones cotidianas, que solo requieran una solución aproximada, sin precisiones, es de suma importancia el uso de cálculo mental.

El uso continuo del cálculo mental desarrolla en las personas el control y evaluación de sus propios procesos, el uso racional de la calculadora y la posibilidad de reducir errores. Todos estos beneficios servirán para el proceso de la resolución de problemas, en la cual se utilizan las capacidades para dar solución a una situación de la realidad que no se puede superar.

El control y reflexión que ejerce un estudiante sobre el cálculo mental y sobre la resolución de problemas, le permite construir nuevos conocimientos mediante la interacción continua con sus pares.

Según Cáceres y Menacho (2017), la habilidad del cálculo mental permite desarrollar la resolución de problemas, debido a que los estudiantes aprenden a establecer relaciones numéricas y obtener conclusiones que los capacitan al momento de enfrentarse a situaciones que requieran la aplicación de algoritmos.

También el cálculo mental, debido a que es un proceso reflexivo interno, ayuda al estudiante a darse cuenta de los procedimientos que utiliza al momento de resolver una situación problemática en el sistema de numeración y de operaciones.

En base a lo expuesto se puede afirmar que el aprendizaje de las matemáticas conlleva la capacidad de utilizar las herramientas y los recursos matemáticos al momento de enfrentarse a una situación problemática. Una de estas herramientas que lo posibilitan es el cálculo mental, de allí su importancia de establecer la relación entre este y la resolución de problemas matemáticos.

#### **2.4 Definición de términos básicos**

**Cálculo mental:**

Es conjunto de técnicas sin usar lápiz ni papel desarrollando agilidad mental (Ramírez, 2007)

**Resolución de problemas matemáticos:**

Es la actividad mental desplegada por el resolutor que es capaz de identificar el problema que se le presenta y toma la decisión de resolverlo (Puig y Cerdán, 1988).

**Nivel de Educación Primaria:**

Es el segundo nivel de la Educación Básica Regular. Atiende a niños y niñas a partir de los 6 años de edad (Ministerio de Educación del Perú, 2016).

**Instituciones educativas públicas:**

Son instituciones creadas y sostenidas por el Estado. Son gratuitas y están a cargo de autoridades educativas nombradas o encargadas por el sector Educación, otros sectores o instituciones del Estado (Ministerio de Educación del Perú, 2016).

### III. OBJETIVOS

#### 3.1 Objetivo general

- ✓ Establecer la relación entre el cálculo mental y la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas.

#### 3.2 Objetivos específicos

- ✓ Identificar el nivel en cálculo mental en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas.
- ✓ Identificar el nivel en resolución de problemas matemáticos en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas.
- ✓ Establecer la relación entre el cálculo mental por analogía y la resolución de problemas matemáticos de cambio en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas.
- ✓ Establecer la relación entre el cálculo mental por descomposición y la resolución de problemas matemáticos de cambio en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas.
- ✓ Establecer la relación entre el cálculo mental por analogía y la resolución de problemas matemáticos de combinar en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas.
- ✓ Establecer la relación entre el cálculo mental por descomposición y la resolución de problemas matemáticos de combinar en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas.

- ✓ Establecer la relación entre el cálculo mental por analogía y la resolución de problemas matemáticos de comparar en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas.
  
- ✓ Establecer la relación entre el cálculo mental por descomposición y la resolución de problemas matemáticos de comparar en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas.
  
- ✓ Establecer la relación entre el cálculo mental por analogía y la resolución de problemas matemáticos de igualación en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas.
  
- ✓ Establecer la relación entre el cálculo mental por descomposición y la resolución de problemas matemáticos de igualación en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas.

## IV. HIPÓTESIS

### 4.1 Hipótesis general

H<sub>1</sub>: Existe relación significativa y directa entre el cálculo mental y la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas.

### 4.2 Hipótesis específicas

H<sub>1</sub>: Existe un nivel medio bajo en cálculo mental en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas.

H<sub>2</sub>: Existe un nivel medio bajo en resolución de problemas matemáticos en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas.

H<sub>3</sub>: Existe relación significativa entre el cálculo mental por analogía y la resolución de problemas matemáticos de cambio en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas.

H<sub>4</sub>: Existe relación significativa entre el cálculo mental por descomposición y la resolución de problemas matemáticos de cambio en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas.

H<sub>5</sub>: Existe relación significativa entre el cálculo mental por analogía y la resolución de problemas matemáticos de combinar en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas.

H<sub>6</sub>: Existe relación significativa entre el cálculo mental por descomposición y la resolución de problemas matemáticos de combinar en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas.

H<sub>7</sub>: Existe relación significativa entre el cálculo mental por analogía y la resolución de problemas matemáticos de comparar en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas.

H<sub>8</sub>: Existe relación significativa entre el cálculo mental por descomposición y la resolución de problemas matemáticos de comparar en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas.

H<sub>9</sub>: Existe relación significativa entre el cálculo mental por analogía y la resolución de problemas matemáticos de igualación en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas.

H<sub>10</sub>: Existe relación significativa entre el cálculo mental por descomposición y la resolución de problemas matemáticos de igualación en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas.

## V. MÉTODO

### 5.1 Tipo de investigación

El presente trabajo corresponde a un estudio empírico con metodología cuantitativa, debido a que presentan datos empíricos que forman parte de la lógica epistemológica de tradición objetivista (Montero y León, como se citó en Salgado-Lévano, 2018).

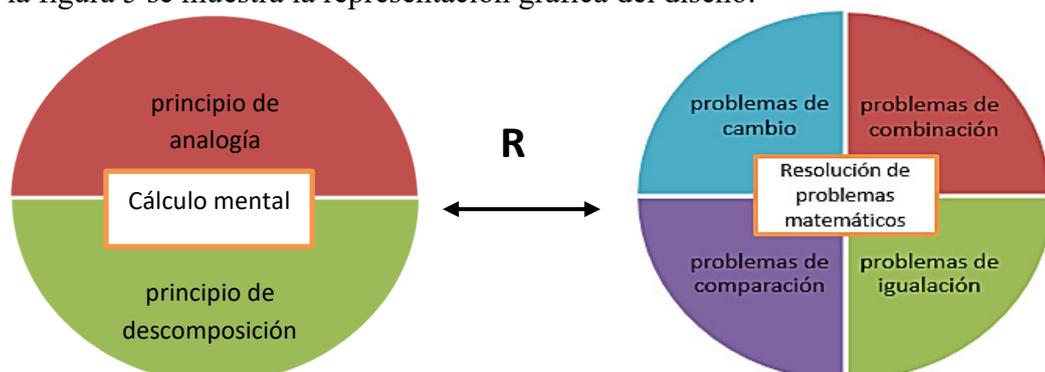
Por otro lado, es una investigación básicamente pura porque investiga nuevos conocimientos con el objetivo de aumentar la teoría, despreocupándose de las aplicaciones prácticas que puedan derivarse (Bisquerra, 1989).

En el presente estudio se busca investigar la relación entre cálculo mental y resolución de problemas matemáticos.

### 5.2 Diseño de investigación

El diseño es no experimental porque no se manipulan las variables y solo se observan los fenómenos en su ambiente natural para después analizarlos. Así mismo es transversal, ya que recolecta datos en un solo momento, en un tiempo único y su propósito es describir variables y analizar su incidencia e interrelación en un momento dado; y es correlacional no causal porque tiene la finalidad de describir relaciones entre dos variables (Hernández, Fernández y Baptista, 2014), que en el presente estudio son el cálculo mental y la resolución de problemas matemáticos, en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas.

En la figura 5 se muestra la representación gráfica del diseño:



*Figura 5: Representación del diseño correlacional no causal. Elaboración propia.*

### **5.3 Variables**

#### **Variables Atributivas:**

“Tiene por peculiaridad que las características que poseen las personas o los objetos de estudio son consustanciales a su naturaleza, son características propias de quienes las poseen” (Núñez, 2007, p. 169).

- **Cálculo mental**

Definidos por los resultados obtenidos en la batería de ejercicios de cálculo mental CALCUMATIC que evalúa el cálculo mental, cuyas dimensiones son:

- Principio de analogía
- Principio de descomposición

- **Resolución de problemas**

Definidos por los resultados obtenidos en la prueba de resolución de problemas matemáticos PROBLEMATIC, cuyas dimensiones son:

- Problemas de cambio
- Problemas de combinar
- Problemas de comparar
- Problemas de igualación

#### **Variables de control:**

- Tener de 7 y 8 años de edad.
- Cursar el segundo grado de nivel primario.
- Pertenecer a una institución educativa pública.
- Ser de nacionalidad peruana.

#### **Variables controladas:**

Estímulos medioambientales:

Fueron controlados dado que el ambiente de aplicación contó con una adecuada iluminación y ventilación; así como también, se retiraron todos aquellos estímulos

distractores que pudieran interferir con la atención y concentración de los participantes.

#### Deseabilidad Social:

Se controló dado que la aplicación del instrumento se realizó en forma anónima, por lo que se presume que existen mayores probabilidades para que los participantes respondan de forma honesta.

#### Fatiga y/o Cansancio Físico y Mental:

Se controló debido a que se aplicó el instrumento durante las primeras horas de la jornada académica.

### 5.4 Población y muestra

La población estuvo conformada por 240 estudiantes (ver tabla 6) que cursan el segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas del distrito de Villa María del Triunfo.

Tabla 6

*Población de estudiantes*

Sexo	N	%
Hombres	135	56
Mujeres	105	44
Total	240	100

*Nota:* Elaboración propia.

Para la muestra, siguiendo a Hayes (como se citó en Raymundo y Vélchez, 2014), existen tres métodos de muestreo: censal, con base en el criterio personal y estadístico. En el presente estudio, el tipo de muestreo realizado es el censal en donde la muestra está conformada por toda la población.

Si bien es cierto que la población estuvo conformada por un total de 240 estudiantes, la muestra censal solo fue de 225 estudiantes, debido a que 10 padres de familia no

firmaron el consentimiento informado y 5 estudiantes no asistieron al día de la aplicación.

Por lo tal motivo la muestra estuvo constituida por 225 estudiantes entre varones y mujeres cuyas edades oscilan entre 7 y 8 años que cursan el segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas del distrito de Villa María del Triunfo (ver tabla 7).

Edad/ edad	Femenino		Masculino		Total	
	F	%	F	%	F	%
7 años	47	20,9	80	35,6	127	56,4
8 años	49	21,8	49	21,8	98	43,6
Total	96	42,7	129	57,4	225	100

Tabla 7

*Distribución muestral según sexo y edad*

*Nota:* Elaboración propia.

#### **Criterios de inclusión:**

- Tener de 7 y 8 años de edad.
- Cursar el segundo grado de nivel primario.
- Pertener a una institución educativa pública.
- Tener el consentimiento escrito y firmado por los padres.
- Aceptar la participación a través del asentamiento informado.

#### **Criterios de exclusión:**

- Ser de nacionalidad extranjera.
- Estar matriculado en el turno tarde.
- Estudiantes que no hayan concluido la totalidad de los instrumentos.
- Presentar errores en la resolución de los instrumentos, doble marca o respuesta en blanco.

## **5.5 Instrumentos**

En la presente investigación, se utilizaron dos instrumentos: la prueba de resolución de problemas matemáticos PROBLEMATIC (Casaverde y Chavez, 2014) y la batería de ejercicios de cálculo mental CALCUMATIC (Casaverde y Chavez, 2014).

### **5.5.1 Prueba de resolución de problemas matemáticos PROBLEMATIC**

Fue creada por Casaverde y Chavez (2014) en Perú con el objetivo de contar con un instrumento para evaluar el desempeño en la resolución problemas matemáticos en estudiantes de segundo grado de primaria.

PROBLEMATIC es un instrumento que permite que los estudiantes desarrollen los cuatro tipos de problemas matemáticos, en este sentido, se considera útil su aplicación para los estudiantes que se encuentran en el III ciclo de educación primaria. La construcción del instrumento se basa en un enfoque funcional, ya que presenta mayor dificultad de resolución. La duración de la prueba es relativa, ya que depende del que aplica la prueba y del grupo al que se le aplica la prueba siendo la duración aproximadamente de una hora (30 minutos para cada bloque), pudiendo aplicarse de forma individual o colectiva.

Consta de cuatro sub tests y de un total 30 ítems; que responden a las funciones que se correlacionan más con el aprendizaje de las matemáticas. Los sub tests que la conforman se describen a continuación:

- Primer subtest de problemas de cambio: se caracteriza por presentar sus relaciones lógicas aditivas en una secuencia temporal de sucesos. Este subtest consta de 12 ítems.
- Segundo subtest de problemas de combinar: estos tipos de problemas describen una relación entre conjunto que corresponde al esquema parte – todo. Este subtest consta de seis ítems.
- Tercer subtest de problemas de comparar: estos problemas matemáticos establecen una relación de comparación entre dos cantidades, pueden ser de superioridad o de inferioridad. Este subtest consta de seis ítems.

- Cuarto subtest de problemas de igualación: estos problemas incluyen un comparativo de igualdad (tantos como..., igual que...). Este subtest consta de seis ítems.

A continuación, se visualizará la tabla de especificaciones de la prueba de resolución de problemas matemáticos PROBLEMATIC, que describe la variable, la definición nominal, las dimensiones, los indicadores y los ítems de la prueba (ver tabla 8)

Tabla 8

*Tabla de especificaciones de la prueba de resolución de problemas matemáticos PROBLEMATIC*

Variable	Definición nominal	Dimensiones	Indicadores	Ítems
Resolución de problemas matemáticos	Es la actividad mental desplegada por el resolutor que es capaz de identificar el problema que se le presenta y toma la decisión de resolverlo. (Puig y Cerdán, 1988).	• Problemas de cambio	Cambio 1: Se conoce la cantidad inicial y luego se le aumenta. Se pregunta por la cantidad final.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) María tiene 23 caramelos, su mamá le regala 17 más. ¿Cuántos caramelos tiene ahora?</li> <li>2) Pedro tiene 25 canicas. Gana 10 canicas más. ¿Cuántas canicas tiene ahora?</li> <li>3) José tiene 6 chompas. Luego compra 23 chompas más. ¿Cuántas chompas tiene en total?</li> <li>4) Nicolás tiene 23 soles, su tío le da 50 soles más. ¿Cuánto dinero tiene en total?</li> <li>5) Pamela tiene 9 botellas para reciclar. Luego recolecta 30 botellas más. ¿Cuántas botellas tiene ahora?</li> <li>6) Martín tiene 25 figuritas en su álbum. Luego compra 34 figuras más. ¿Cuántas figuras tiene ahora en su álbum?</li> <li>7) María tiene 26 cuentos. Luego le regalón 7 cuentos más. ¿Cuántos cuentos tiene ahora?</li> </ol>
			Cambio 2: Se conoce la cantidad inicial y luego se la hace disminuir. Se pregunta por la cantidad final.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) José tenía 34 peras. Luego, vende 21 peras. ¿Cuántas peras le quedan?</li> <li>2) Juan tiene 23 caramelos, se come 7. ¿Cuántos caramelos tiene ahora?</li> <li>3) Carmen tenía 6 manzanas y 15 naranjas. Utilizó 8 naranjas para hacer un refresco. ¿Cuántas naranjas le</li> </ol>

Cambio 3: Se conoce la cantidad inicial y la final. Se pregunta por el aumento.

- quedaron?
- 4) Juana compró 19 huevos. Utilizó 9 para preparar un pastel. ¿Cuántos huevos le quedan?
  - 5) Roberto ahorró 60 soles. Compró una pelota a 40 soles. ¿Cuánto recibió de vuelto?
  - 6) Rodrigo tiene 10 muñecos y 30 carritos. Regaló 20 carritos a su amigo Pedro. ¿Cuántos carritos le quedaron?
  - 7) María compra 15 metros de tela para hacer vestidos. Utiliza 8 metros. ¿Cuántos metros le sobra?

- 1) Pedro tiene 43 figuras en su álbum, su primo le regala algunas figuras más y ahora tiene 51 figuras. ¿Cuántas figuras le regaló su primo?
- 2) Juan juntó 22 canicas. En la tarde se encontró algunas canicas en el parque y ahora tiene 29. ¿Cuántas se encontró?

3)  Yo tengo 15 soles de propina. Mi papá me dio algunos soles más y ahora tengo 19 soles. **¿Cuánto me dio mi papá?**

4)  En el primer paradero, el bus recogió 15 niños. En el segundo paradero el bus recogió algunos niños más y ahora hay 25. **¿Cuántos subieron en el segundo paradero?**  
algunos pollitos

- ¿Cuántos pollitos compró en el mercado?
- 6) María tiene 40 cuentos. Su mamá le regala algunos cuentos más y ahora tiene 49. ¿Cuántos cuentos le regaló su mamá?
  - 7) Adriana tenía 34 globos. Pedro le dio algunos globos más y ahora tiene 50. ¿Cuántos globos le dio Pedro a Adriana?
  - 8) Marcelo tenía 20 manzanas. En la tarde recogió algunas manzanas más y ahora tiene 90 manzanas. ¿Cuántas manzanas recogió en la tarde?
  - 9) En el salón había 19 estudiantes. Llegaron tarde algunos más y ahora hay 25 estudiantes. ¿Cuántos niños llegaron tarde?
  - 10) Juana tiene 23 figuritas en su álbum. Su padrino le compra algunas más y ahora tiene 43 figuritas. ¿Cuántas figuritas le compró su padrino?

Cambio 4: Se conoce la cantidad inicial y la final. Se pregunta por la disminución.

- 1) Teresa tiene 47 soles, compra una muñeca y ahora le queda 11 soles. ¿Cuánto le costó la muñeca?
- 2) Vilma tenía 34 pulseras. Luego regaló algunas pulseras a sus amigas y ahora le quedan 6 pulseras. ¿Cuántas pulseras regaló Vilma?
- 3) Un panadero compro 16 huevos. Utilizó algunos para realizar un pastel y ahora le quedan 3. ¿Cuántos huevos utilizó el panadero?
- 4) Doris preparó 26 gelatinas y repartió algunas a sus vecinas. Ahora tiene 16 gelatinas. ¿Cuántas repartió?
- 5) María tiene 14 semillas. Sembró algunas en su huerto y ahora le quedan 6 semillas. ¿Cuántas semillas sembró en su huerto?

- 6) Maritza compró 80 botellas de agua. Repartió algunas botellas en el quiosco de la escuela y ahora sólo tiene 20. ¿Cuántas botellas repartió al quiosco de la escuela?
- 7) Roxana preparó 56 panes. Repartió algunos panes a sus vecinos y ahora sólo le quedan 20. ¿Cuántos panes repartió?
- 8) Tenía 43 pajaritos. Rosita se olvidó de cerrar la jaula y se escaparon algunos pajaritos y ahora me quedan 18. ¿Cuántos pajaritos se escaparon?
- 9) Tengo 45 soles, compro una muñeca y recibo de vuelto 18 soles. ¿Cuánto me costó la muñeca?
- 10) Juan infló 47 globos. Se le reventaron algunos y ahora le quedan 40 inflados. ¿Cuántos globos se reventaron?

- Problemas de combinar

Combinar 1: Se conoce las dos partes y se pregunta por el todo.

- 1) José tiene 14 camiones y Manuel tiene 8 trompos. ¿Cuántos juguetes tienen en total?
- 2) La señora Martha compró 23 alcachofas y 10 brócolis. ¿Cuántas verduras ha comprado Martha?
- 3) En estacionamiento hay 26 carros rojos y 30 azules. ¿Cuántos carros hay en estacionamiento?
- 4) Mario vendió 14 roperos y 9 mesas. ¿Cuántos muebles ha vendido?
- 5) En un gallinero hay 18 pollos y 40 pavos. ¿Cuántas aves hay en el gallinero?
- 6) En un estante hay 18 enciclopedias y 21 diccionarios. ¿Cuántos libros hay?

Combinar 2: Se conoce el todo y una de las partes. Se

- 1) En el corral hay 26 aves entre patos y pollos. Si los patos son 9 ¿cuántos son los pollos?
- 2) En total hay 18 cuentos. 5 están afuera de la caja y el

pregunta por la otra parte.

resto está dentro de la caja. ¿Cuántos cuentos están dentro de la caja?

- 3) Un grupo de 16 niños va al parque, 9 van caminando y el resto va en bicicleta. ¿Cuántos niños van en bicicleta?

4)



En mi jardín hay 30 flores. 10 son rosas y el resto tulipanes. **¿Cuántos tulipanes hay?**

- 5) En la tienda de mascotas hay 18 conejos entre blancos y negros. Si los negros son 12. ¿Cuántos son los blancos?

6)



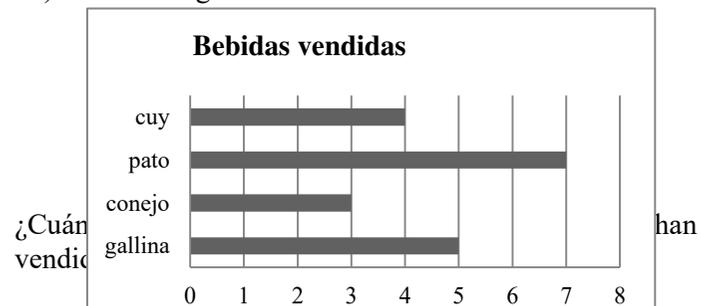
Hola soy Rodrigo, el Veterinario. Durante todo el día atendí a 29 animales entre perros y gatos. Si cure a 7 gatos **¿cuántos fueron los perros?**

- 7) Hay 39 empanadas en la canasta. Si 14 son de queso y el resto de carne ¿cuántas empanadas de carne hay?
- 8) En el bus van 27 personas. Si 10 personas van paradas ¿cuántas personas son las sentadas?
- 9) En el kiosco del colegio se han vendido 67 platos de causa durante el día. Si 36 platos se vendieron en el turno de mañana. ¿cuántos platos de causa se vendieron en el turno tarde?
- 10) Norma tiene 40 juguetes. Si 34 son muñecas ¿cuántas son pelotas?

- Problemas de comparar

Comparar 1: Se conoce la cantidad referente y la comparada. Se pregunta cuánto más es la diferencia.

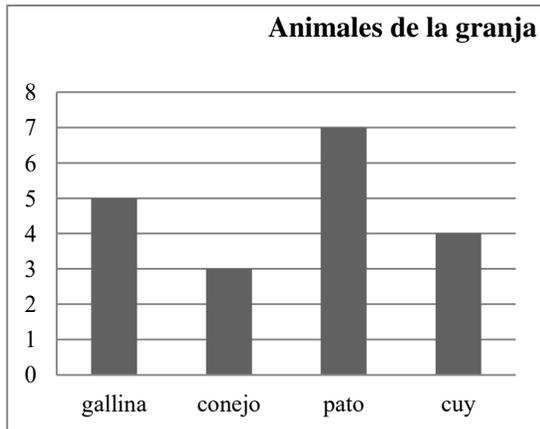
- 1) Marcos tiene 48 soles. Raquel tiene 8 soles. ¿Cuántos soles más que Raquel tiene Marcos?
- 2) María tiene 15 años y Jaime 5. ¿Cuántos años tiene María más que Jaime?
- 3) Fátima tiene 18 lápices y Gonzalo tiene 5 lápices. ¿Cuántos lápices tiene Fátima más que Gonzalo?
- 4) Luis ha metido 8 goles jugando fútbol y Pedro 2. ¿Cuántos goles metió Luis más que Pedro?
- 5) Teresa colocó 16 refrescos en la nevera y María 4. ¿Cuántos refrescos colocó Teresa más que María?
- 6) Una excursión al zoo vale 12 nuevos soles y al museo 17 nuevos soles. ¿Cuántos nuevos soles cuesta más ir al museo que al zoo?
- 7) Para hacer todas las pizzas han necesitado 24 kilos de queso y 36 de tomate. ¿Cuántos kilos más de tomate que de queso se han usado?
- 8) Adrián tiene 10 años. Elisa tiene 4 años. ¿Cuántos años más que Elisa tiene Adrián?
- 9) Leonardo tiene 15 cartas de colección. Pedro tiene 18 cartas de colección. ¿Cuántas cartas de colección tiene Pedro más que Leonardo?
- 10) Observa el gráfico:

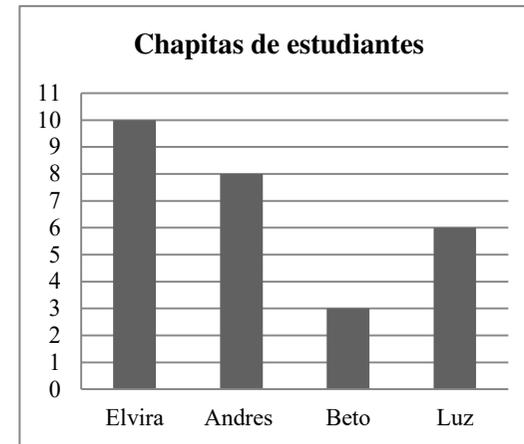


- 1) Juan tiene 24 nuevos soles y Luisa tiene 4 nuevos

Comparar 2: Se conoce la cantidad referente y la comparada. Se pregunta cuánto menos es la diferencia.

- 2) Se conocen los nuevos soles que tiene Juan y los nuevos soles que tiene Luisa. ¿Cuántos nuevos soles tiene Luisa menos que Juan?
- 2) Rodrigo está viendo fotos de su hermana Mónica, ha encontrado 32 fotos y de él 14. ¿Cuántas fotos menos hay de Rodrigo que de su hermana?
- 3) En una panadería han hecho 68 barras de pan blanco y 48 barras de pan integral. ¿Cuántas barras de pan integral hicieron menos que de pan blanco?
- 4) En el kiosco de periódicos se han vendido 58 diarios y 40 revistas. ¿Cuántas revistas menos que diarios se vendieron en el kiosco?
- 5) A Lorenzo le regalaron 27 juguetes. A Laura le regalaron 5. ¿Cuántos juguetes menos le regalaron a Laura que a Lorenzo?
- 6) Paula pesa 36 kilos y su hermana Marina pesa 46. ¿Cuántos kilos menos que Paula que Marina?
- 7) La señora Rita prepara en su restaurante 34 tamales de pollo y 24 tamales de choncho. ¿Cuántos tamales de choncho menos que tamales de pollo prepara la señora Rita?
- 8) María tiene 13 años y Jaime 5, ¿Cuántos años tiene Jaime menos que María?
- 9) Observa y responde: ¿Cuántas gallinas menos que patos hay en la granja?
- 10) Observa atentamente el gráfico y responde las preguntas:  
¿Cuántas chapitas menos ha juntado Luz que Andrés?





- 1) Esther tiene 10 soles. Irene tiene 7 soles más que ella. ¿Cuánto dinero tiene Irene?
- 2) Jaime tiene 15 años y María 8 más que él, ¿Cuántos años tiene María?
- 3) Fátima tiene 54 lápices. Gonzalo tiene 3 lápices más que Fátima. ¿Cuántos lápices tiene Gonzalo?
- 4) Juana tiene 3 carritos. Pedro tiene 5 carritos más que Juana. ¿Cuántos carritos tiene Pedro?
- 5) Mi papá tiene 8 camisas. Mi tío tiene 10 camisas más que mi papá. ¿Cuántas camisas tiene mi tío?
- 6) John compra 7 cuadernos. Luisa compra 4 cuadernos más que John. ¿Cuántos cuadernos compra en total Luisa?
- 7) María infla 13 globos. Marina infla 5 globos más que María. ¿Cuántos globos inflo Marina?

Comparar 3:  
Se conoce la cantidad

referente y la comparada. Se pregunta cuanto más es la diferencia.

- Problemas de igualación

Igualación 1: Se conoce dos cantidades. Se pregunta por el aumento de la cantidad menos para igualar a la mayor.

- 1) En un sorteo Pablo saca 9 bolas y Susana 3. ¿Cuántas bolas más tendrá que sacar Susana para tener igual número que Pablo?
- 2) Un albañil trabaja doce horas cada día y un carpintero ocho horas. ¿Cuántas horas más tendrá que trabajar el carpintero para trabajar igual número que el albañil?
- 3) Lidia recorre en bicicleta 32 km. y Sonia 27 km. ¿Cuántos km más tendrá que recorrer Sonia para haber recorrido igual número que Lidia?
- 4) En una tómbola Juan consigue 29 puntos y Laura 12 puntos. Para conseguir una muñeca se necesitan 53 puntos. ¿Cuántos puntos más tendrá que conseguir Laura para tener igual número de puntos que Juan?
- 5) Carmen quiere hacer una pulsera de 80 semillas. Si sólo tiene 50 semillas, ¿cuántas semillas le faltan para hacer el collar?
- 6) María tiene 13 cromos y Jaime 5. ¿Cuántos tiene que conseguir Jaime para tener tantos como María?
- 7) Juan tiene 35 bolitas. Pedro tiene 8 bolitas. ¿Cuántas bolitas tiene que ganar Juan para tener las mismas que Pedro?
- 8) Rafael tiene 8 soles y quiere comprar el queque de coco. ¿Cuántos soles le falta para tener lo que cuesta el pastel?

<b>PASTELERÍA "ME GUSTA"</b>	
Producto	Precio
Bizcocho	S/. 16
Tres leches	S/. 23
Queque de coco	S/. 15
Torta de chocolate	S/. 19

- Igualación 2: Se conoce dos cantidades. Se pregunta por la disminución de la cantidad mayor para igualar a la menor
- 1) Miguel tiene 39 tarjetas. Carlos tiene 49. ¿Cuántas tarjetas tiene perder Miguel para que le queden lo mismo que a Carlos?
  - 2) Marcos tiene 8 nuevos soles. Raquel tiene 5 nuevos soles. ¿Cuántos nuevos soles tendría que perder Marcos para que tenga los mismos que Raquel?
  - 3) Joaquín tiene 9 empanada y Mauricio tiene 5 empanadas. ¿Cuántas empanadas le falta comer a Joaquín para tener tantas empanadas como Mauricio?
  - 4) Mario tiene 12 canicas y Luis tiene 6 canicas. ¿Cuántas canicas tendría que regalar Mario para tener tantas canicas como Luis?
  - 5) Mi amigo Juan pesa 36 kilos y mi hermana Verónica pesa 40 kilos. ¿Cuántos kilos debe bajar Verónica para tener el mismo peso que Juan?
  - 6) María tiene 13 cromos y Jaime 3. Para tener tantos como Jaime. ¿Cuántos debe perder María?
  - 7) Paola tiene 15 muñecas. Anny tiene 18 muñecas. ¿Cuántas muñecas tiene que perder Paola para tener las mismas que Anny?
  - 8) Sara tiene 29 lápices. Jacky tiene 24 lápices. ¿Cuántos lápices le tienen que dar a Jacky para tener la misma cantidad que Sara?
  - 9) Milagros compra 14 manzanas y Tania compra 6 manzanas. ¿Cuántas manzanas tendría que regalar Milagros para tener tantas manzanas que Tania?

*Nota:* Elaboración propia.

**Determinación de las evidencias de la validez y la confiabilidad:**

Se determinó la evidencia de validez basada en el contenido (Lozano y Turbany, 2013) de la prueba de resolución de problemas matemáticos PROBLEMATIC, a través de la consulta a siete jueces expertos, que contaban con título de licenciados o el grado doctores y con reconocida experiencia en el campo profesional, para lo cual se utilizó el Coeficiente V. De Aiken (Escrura, 1988).

Los jueces evaluaron el instrumento por medio de un formato (ver apéndice A) que contenía una escala que evaluaba la variable, sus dimensiones y los ítems. También revisaron una ficha de evaluación global del instrumento con los siguientes criterios: logro del objetivo, facilidad de instrucciones, organización interna, lenguaje adecuado, coherencia entre las variables, alternativas de respuestas, puntuaciones para las respuestas, suficiencia de los ítems para medir el indicador, suficiencia de los indicadores para medir la variable a investigar y suficiencia de los ítems para medir la variable (ver apéndice B).

Originalmente el instrumento contenía 92 ítems, de los cuales fueron eliminados 24 porque no estaban relacionados con las dimensiones o no fueron lo suficientemente claros en su redacción, quedando 68 ítems para la prueba piloto.

A continuación, se presentarán los resultados obtenidos a través del Coeficiente V. de Aiken. En primer lugar, se analizará cada uno de los indicadores y luego a nivel general.

**a) Problema de cambio**

Se puede apreciar en la tabla 9, que de los 32 ítems que conforman esta dimensión, todos alcanzaron una V. de 1,00, hallándose una V. total de 1.00.

Tabla 9

*Validez de contenido de problema cambio*

	Ítems	A	D	V
1.	María tiene 23 caramelos, su mamá le regala 17 más. ¿Cuántos caramelos tiene ahora?	7	0	1.00
2.	Pedro tiene 25 canicas. Gana 10 canicas más. ¿Cuántas canicas tiene ahora?	7	0	1.00
3.	José tiene 6 chompas. Luego compra 23 chompas más. ¿Cuántas chompas tiene en total?	7	0	1.00
4.	Nicolás tiene 23 soles, su tío le da 50 soles más. ¿Cuánto dinero tiene en total?	7	0	1.00
5.	Pamela tiene 9 botellas para reciclar. Luego recolecta 30 botellas más. ¿Cuántas botellas tiene ahora?	7	0	1.00
6.	Martín tiene 25 figuritas en su álbum. Luego compra 34 figuras más. ¿Cuántas figuras tiene ahora en su álbum?	7	0	1.00
7.	María tiene 26 cuentos. Luego le regaló 7 cuentos más. ¿Cuántos cuentos tiene ahora?	7	0	1.00
8.	José tenía 34 peras. Luego, vende 21 peras. ¿Cuántas peras le quedan?	7	0	1.00
9.	Juan tiene 23 caramelos, se come 7. ¿Cuántos caramelos tiene ahora?	7	0	1.00
10.	Carmen tenía 10 manzanas y 15 naranjas. Utilizó 8 naranjas para hacer un refresco. ¿Cuántas naranjas le quedaron?	7	0	1.00
11.	Juana compró 19 huevos. Utilizó 9 para preparar un pastel. ¿Cuántos huevos le quedan?	7	0	1.00
12.	Roberto ahorró 60 soles. Compró una pelota a 40 soles. ¿Cuánto recibió de vuelto?	7	0	1.00
13.	María compra 15 metros de tela para hacer vestidos. Utiliza 8 metros. ¿Cuántos metros le sobra?	7	0	1.00
14.	Pedro tiene 43 figuras en su álbum, su primo le regala algunas figuras más y ahora tiene 51 figuras. ¿Cuántas figuras le regaló su primo?	7	0	1.00
15.	Juan juntó 22 canicas. En la tarde se encontró algunas canicas en el parque y ahora tiene 29. ¿Cuántas se encontró?	7	0	1.00
16.	Yo tengo 15 soles de propina. Mi papá me dio algunos soles más y ahora tengo 19 soles. ¿Cuántos soles me dio mi papá?	7	0	1.00
17.	Rosalía tenía 20 pollitos. Fue al mercado y compró algunos pollitos más. Ahora tiene 32 pollitos en total. ¿Cuántos pollitos compró en el mercado?	7	0	1.00
18.	María tiene 40 cuentos. Su mamá le regala algunos cuentos más y ahora tiene 49, ¿cuántos cuentos le regaló su mamá?	7	0	1.00
19.	Adriana tenía 34 globos. Pedro le dio algunos globos más y ahora tiene 50 ¿Cuántos globos le dio Pedro a Adriana?	7	0	1.00
20.	Marcelo tenía 20 manzanas. En la tarde recogió algunas manzanas más y ahora tiene 90 manzanas. ¿Cuántas manzanas recogió en la tarde?	7	0	1.00
21.	En el salón había 19 estudiantes. Llegaron tarde algunos más y ahora hay 25 estudiantes. ¿Cuántos estudiantes llegaron tarde?	7	0	1.00
22.	Juana tiene 23 figuritas en su álbum. Su padrino le compra algunas más y ahora tiene 43 figuritas. ¿Cuántas figuritas le compró su padrino?	7	0	1.00
23.	Teresa tiene 47 soles, compra una muñeca y ahora le queda 11 soles. ¿Cuánto le costó la muñeca?	7	0	1.00

24.	Vilma tenía 34 pulseras. Regaló algunas pulseras a sus amigas y ahora le quedan 6 pulseras. ¿Cuántas pulseras regaló Vilma?	7	0	1.00
25.	Un panadero compro 16 huevos. Utilizó algunos para realizar un pastel y ahora le quedan 3. ¿Cuántos huevos utilizó el panadero?	7	0	1.00
26.	Doris preparó 26 gelatinas y repartió algunas a sus vecinas. Ahora tiene 16 gelatinas. ¿Cuántas repartió?	7	0	1.00
27.	María tiene 14 semillas. Sembró algunas en su huerto y ahora le quedan 6 semillas. ¿Cuántas semillas sembró en su huerto?	7	0	1.00
28.	Maritza compró 80 botellas de agua. Repartió algunas botellas en el quiosco de la escuela y ahora sólo tiene 20. ¿Cuántas botellas repartió al quiosco de la escuela?	7	0	1.00
29.	Roxana preparó 56 panes. Repartió algunos panes a sus vecinos y ahora sólo le quedan 20. ¿Cuántos panes repartió?	7	0	1.00
30.	Tenía 43 pajaritos. Rosita se olvidó de cerrar la jaula y se escaparon algunos pajaritos y ahora me quedan 18. ¿Cuántos pajaritos se escaparon?	7	0	1.00
31.	Tengo 45 soles, compro una muñeca y recibo de vuelta 18 soles. ¿Cuánto me costó la muñeca?	7	0	1.00
32.	Juan infló 47 globos. Se le reventaron algunos y ahora le quedan 40 inflados. ¿Cuántos globos se reventaron?	7	0	1.00

*Nota:* A=Acuerdos; D= Desacuerdos; V= Coeficiente de Validez de Aiken. Elaboración propia.

### b) Problema de combinar

En la tabla 10, podemos visualizar que de los 13 ítems que conforman esta dimensión, todos alcanzaron una V. de 1,00, hallándose una V. total de 1.00.

Tabla 10

*Validez de contenido de problemas de combinar*

	Ítems	A	D	V
1.	La señora Martha compró 23 alcachofas y 10 brócolis. ¿Cuántas verduras ha comprado Martha?	7	0	1.00
2.	En el estacionamiento hay 26 carros rojos y 30 azules. ¿Cuántos carros hay en estacionamiento?	7	0	1.00
3.	Mario vendió 14 roperos y 9 mesas. ¿Cuántos muebles ha vendido?	7	0	1.00
4.	En un gallinero hay 18 pollos y 40 pavos. ¿Cuántas aves hay en el gallinero?	7	0	1.00
5.	En el corral hay 26 aves entre patos y pollos. Si los patos son 9. ¿Cuántos son los pollos?	7	0	1.00
6.	En total hay 18 cuentos, 5 están afuera de la caja y el resto está dentro de la caja. ¿Cuántos cuentos están dentro de la caja?	7	0	1.00
7.	Un grupo de 16 niños va al parque, 9 van caminando y el resto va en bicicleta. ¿Cuántos niños van en bicicleta?	7	0	1.00
8.	En la tienda de mascotas hay 18 conejos entre blancos y negros. Si los negros son 12. ¿Cuántos son los blancos?	7	0	1.00

9. En mi jardín hay 60 flores, 40 son rosas y el resto tulipanes. ¿Cuántos tulipanes hay?	7	0	1.00
10. Hola soy Rodrigo, el Veterinario. Durante todo el día atendí a 29 animales entre perros y gatos. Si cure a 7 gatos. ¿Cuántos fueron los perros?	7	0	1.00
11. Hay 39 empanadas en la canasta. 14 son de queso y el resto de carne ¿Cuántas empanadas de carne hay?	7	0	1.00
12. En el bus van 27 personas. Si 10 personas van paradas ¿cuántas personas son las sentadas?	7	0	1.00
13. En el kiosco del colegio se han vendido 67 platos de causa durante el día. Si 36 platos se vendieron en el turno de mañana ¿cuántos platos de causa se vendieron en el turno tarde?	7	0	1.00

*Nota:* A=Acuerdos; D= Desacuerdos; V= Coeficiente de Validez de Aiken. Elaboración propia.

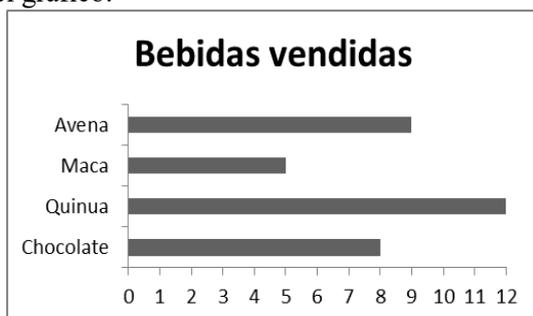
### c) Problema de comparar

A continuación, se puede apreciar en la tabla 11, que de los 12 ítems que conforman esta dimensión, todos alcanzaron una V. de 1,00, hallándose una V. total de 1.00.

Tabla 11

*Validez de contenido de problemas de comparar*

Ítems	A	D	V
1. María tiene 15 años y Jaime 5. ¿Cuántos años tiene María más que Jaime?	7	0	1.00
2. Fátima tiene 18 lápices y Gonzalo tiene 5 lápices. ¿Cuántos lápices tiene Fátima más que Gonzalo?	7	0	1.00
3. Luis ha metido 8 goles jugando fútbol y Pedro 2. ¿Cuántos goles metió Luis más que Pedro?	7	0	1.00
4. Teresa colocó 38 refrescos en la refrigeradora y María 4. ¿Cuántos refrescos colocó Teresa más que María?	7	0	1.00
5. Adrián tiene 51 años. Elisa tiene 40 años. ¿Cuántos años más que Elisa tiene Adrián?	7	0	1.00
6. Observa el gráfico:	7	0	1.00



¿Cuántas tazas de quinua más que de avena se han vendido?

- |  |   |   |      |
|--|---|---|------|
| 7. Juan tiene 24 nuevos soles y Luisa tiene 4 nuevos soles. ¿Cuántos nuevos soles tiene Luisa menos que Juan?  | 7 | 0 | 1.00 |
| 8. En una panadería han hecho 60 barras de pan blanco y 40 barras de pan integral. ¿Cuántas barras de pan integral hicieron menos que de pan blanco? | 7 | 0 | 1.00 |
| 9. En el kiosco de periódicos se han vendido 58 diarios y 40 revistas. ¿Cuántas revistas menos que diarios se vendieron en el kiosco?                | 7 | 0 | 1.00 |
| 10. A Lorenzo le regalaron 27 juguetes. A Laura le regalaron 5. ¿Cuántos juguetes menos le regalaron a Laura que a Lorenzo?                          | 7 | 0 | 1.00 |
| 11. Observa atentamente el gráfico y responde: ¿Cuántas chapitas menos ha juntado Luz que Andrés?  | 7 | 0 | 1.00 |



- |   |   |   |      |
|---|---|---|------|
| 12. María tiene 13 años y Jaime 5, ¿Cuántos años tiene Jaime menos que María? | 7 | 0 | 1.00 |
|---|---|---|------|

*Nota:* A=Acuerdos; D= Desacuerdos; V= Coeficiente de Validez de Aiken. Elaboración propia.

#### d) Problema de igualación

Finalmente se puede visualizar en la tabla 12 que de los 11 ítems que conforman esta dimensión, todos alcanzaron una V. de 1,00, hallándose una V. total de 1.00.

Tabla 12

*Validez de contenido de problemas de igualación*

Ítems	A	D	V
1. En un sorteo Pablo saca 19 bolas y Susana 13. ¿Cuántas bolas más tendrá que sacar Susana para tener igual número que Pablo?	7	0	1.00
2. Un albañil trabaja 12 horas cada día y un carpintero 8 horas. ¿Cuántas horas más tendrá que trabajar el carpintero para trabajar igual número que el albañil?	7	0	1.00

- |  |   |   |      |
|--|---|---|------|
| 3. Lidia recorre en bicicleta 32 km. y Sonia 27 km. ¿Cuántos km más tendrá que recorrer Sonia para haber recorrido igual número que Lidia? | 7 | 0 | 1.00 |
| 4. Carmen quiere hacer una pulsera de 18 semillas. Si sólo tiene 15 semillas, ¿Cuántas semillas le faltan para hacer el collar?            | 7 | 0 | 1.00 |
| 5. Rafael tiene 8 soles y quiere comprar el queque de coco. ¿Cuántos soles le falta para tener lo que cuesta el pastel?                    | 7 | 0 | 1.00 |

**PASTELERÍA “ME GUSTA”**

<i>Producto</i>	<i>Precio</i>
• Bizcocho	S/. 16
• Tres leches	S/. 23
• Queque de coco	S/. 15
• Torta de chocolate	S/. 19

- |  |   |   |      |
|--|---|---|------|
| 6. Miguel tiene 39 tarjetas. Carlos tiene 49. ¿Cuántas tarjetas tiene perder Miguel para que le queden lo mismo que a Carlos?                        | 7 | 0 | 1.00 |
| 7. Marcos tiene 71 nuevos soles. Raquel tiene 20 nuevos soles. ¿Cuántos nuevos soles tendría que perder Marcos para que tenga los mismos que Raquel? | 7 | 0 | 1.00 |
| 8. Joaquín tiene 39 empanadas y Mauricio tiene 33 empanadas. ¿Cuántas empanadas le falta comer a Joaquín para tener tantas empanadas como Mauricio?  | 7 | 0 | 1.00 |
| 9. Mario tiene 12 canicas y Luis tiene 6 canicas. ¿Cuántas canicas tendría que regalar Mario para tener tantas canicas como Luis?                    | 7 | 0 | 1.00 |
| 10. Mi amigo Juan pesa 36 kilos y mi hermana Verónica pesa 40 kilos. ¿Cuántos kilos debe bajar Verónica para tener el mismo peso que Juan?           | 7 | 0 | 1.00 |
| 11. María tiene 13 cromos y Jaime 3. Para tener tantos como Jaime. ¿Cuántos debe perder María?   | 7 | 0 | 1.00 |

*Nota:* A=Acuerdos; D= Desacuerdos; V= Coeficiente de Validez de Aiken. Elaboración propia.

En resumen, se puede señalar que la validez obtenida en cada uno de los factores es alta, por lo que se puede inferir que mide realmente lo que pretende medir, es decir, mide con precisión las cuatro dimensiones de los problemas matemáticos (ver tabla 13).

Tabla 13

*Validez de Contenido del instrumento*

Dimensiones	V
Cambio	1.00
Combinar	1.00

Comparar	1.00
Igualación	1.00
Total	1.00

---

*Nota:* V= Coeficiente de Validez de Aiken. Elaboración propia.

### **Estudio piloto:**

Se llevó a cabo el estudio piloto con 22 participantes con el fin de medir el grado de inteligibilidad del instrumento, el nivel de dificultad de los ítems, así como determinar el tiempo promedio de duración de la aplicación (Salgado-Lévano, 2018).

A continuación, detallaremos como se desarrolló el procedimiento de la prueba piloto.

Para la aplicación del instrumento PROBLEMATIC se coordinó con la directora de la institución educativa con respecto a los permisos para el ingreso al aula de segundo grado de primaria para la aplicación de la evaluación del instrumento. Se solicitó que la evaluación de preferencia se lleve a cabo a primera hora de la mañana y que los padres de familia firmen un consentimiento informado (ver apéndice C) autorizando a su menor hijo(a) la realización del estudio.

El día designado por la directora para la evaluación se ingresó al aula destinada, se saludó, presentándonos como estudiantes de la Maestría de la Universidad Marcelino Champagnat y se solicitó su colaboración para un trabajo de resolución de problemas matemáticos.

Se les explicó que iban a recibir una hoja con el asentamiento informado para que escriban su nombre aquellos que estén de acuerdo (ver apéndice D).

Para el instrumento resolución de problemas matemáticos PROBLEMATIC, se solicitó a los estudiantes que solo coloquen en su carpeta su lápiz, borrador y tajador. Se explicó que en la evaluación encontrarían 86 problemas matemáticos, los cuales tendrían que resolverlos y marcar solo la respuesta correcta. Se indicó que el tiempo para el desarrollo de la evaluación sería de dos bloques de 45 minutos con un

descanso de 15 minutos entre cada bloque. Luego de resuelta alguna otra duda, se aplicó el instrumento.

Al final de la aplicación de los instrumentos se llevó a cabo un sondeo con la finalidad de conocer si los ítems les parecieron fáciles, difíciles, aburridos o complicados, también para identificar que preguntas les resultaron más difíciles desarrollarlas y por último se pidió que brinden sugerencias para optimizar la calidad del instrumento (ver apéndice E).

Después de la aplicación del instrumento, se procedió a eliminar las pruebas que presentaron doble marca e incompletas. Se calificaron 22 pruebas manualmente.

Por lo tanto, se determinó que el instrumento de resolución de problemas matemáticos PROBLEMATIC quedara con 30 problemas en base a los siguientes criterios:

- a) Según la dificultad del ítem: se eliminaron los ítems fáciles que fueron resueltos por todos los estudiantes y los ítems que ningún estudiante pudo resolver.
- b) Según la aplicación del sondeo: se eliminaron los ítems señalados por los estudiantes como aburridos o complicados en el sondeo.
- c) Según la calidad del ítem: se seleccionaron los ítems que reflejaron de manera más precisa las dimensiones de la clasificación de los tipos de problemas.

Finalmente, la prueba quedó clasificada de la siguiente manera: problemas de cambio que constan de 12 ítems, problemas de combinar que constan de seis ítems, problemas de comparar que constan de seis ítems y problemas de igualación que constan de seis ítems.

### **Análisis de confiabilidad:**

Como parte del análisis de confiabilidad de las puntuaciones, y en la medida que los ítems de PROBLEMATIC es dicotómico, se calculó el coeficiente *KR-20* que es un

coeficiente equivalente al alfa de Cronbach para ítems dicotómicos. En ese sentido se tomó como referencia valores superiores a .70 para determinar que las dimensiones analizadas presentan una adecuada confiabilidad de las puntuaciones (Prieto y Delgado, 2010). Adicionalmente se analizó el grado de homogeneidad de los ítems mediante el cálculo de las correlaciones ítem-test corregidas ( $r_{itc}$ ) para cada una de las dimensiones evaluadas. Este coeficiente se define como la correlación de Pearson entre las puntuaciones en el ítem y en el total del test, esperándose valores mayores a .20 (Kline, 1986) para indicar un adecuado grado de homogeneidad.

Para el caso del análisis de confiabilidad del instrumento PROBLEMATIC, se encontró que las dimensiones presentaron una adecuada consistencia interna de las puntuaciones ( $KR-20 > .70$ ) a excepción de la dimensión de problemas de combinar, que de acuerdo al coeficiente de confiabilidad obtenido se puede mencionar que ha sido mínimamente aceptable. Además, en la medida que, en el análisis de homogeneidad de los ítems, en todas las dimensiones se aprecian correlaciones ítem-test corregidas dentro de lo aceptable ( $r_{itc} > .20$ ), se puede mencionar que la confiabilidad de PROBLEMATIC está dentro de lo aceptable (ver tabla 14).

Tabla 14

*Análisis de fiabilidad del instrumento PROBLEMATIC*

Dimensión	KR20	$r_{itc}$
Problemas de cambio	.87	.48, .71
Problemas de combinar	.67	.35, .54
Problemas de comparar	.77	.37, .65
Problemas de igualación	.88	.59, .76

*Nota:* KR20= coeficiente alfa de Cronbach. Elaboración propia.

**Análisis psicométrico:**

Como parte del análisis de ítems, y por tratarse de pruebas de rendimiento óptimo (Abad, Olea, Ponsoda & García, 2011), se halló los dos principales índices al momento de realizar el análisis psicométrico de una prueba: de dificultad y discriminación de los ítems. Estos índices se convierten en indicadores de la calidad

de una prueba en la medida que se encuentren dentro de rangos aceptables (Hurtado, 2018).

### Índice de dificultad de los ítems:

El índice de dificultad es un indicador, que va de cero (0) a uno (1), que cuantifica el grado de dificultad de un ítem en relación a la proporción de personas que acertaron el ítem frente al total de los evaluados. Según Abad et al. (2011) índices de dificultad por debajo de 0.30 estarían indicando una dificultad alta de ítem, entre 0.30 y 0.60 una dificultad media; y de 0.70 a más dificultad baja.

En cuanto al análisis de dificultad de los ítems de la prueba PROBLEMATIC, se observa en la tabla 15 que para la dimensión “Problemas de cambio” en promedio los ítems fueron de fácil dificultad ( $p_{\text{promedio}} = 0.72$ ), aunque específicamente se encontró que, de los 12 ítems, el 33% (4 ítems) fueron de moderada dificultad. Para la dimensión de “Problemas de combinar” se halló que en promedio los ítems fueron de fácil dificultad ( $p_{\text{promedio}} = 0.74$ ), a excepción de un ítem que tuvo dificultad moderada. En cuanto a la dimensión de “Problemas de comparar” se encontró que en promedio los ítems tuvieron moderada dificultad ( $p_{\text{promedio}} = 0.60$ ), a excepción de un ítem con fácil dificultad. Por último, en la dimensión de “Problemas de igualación” se halló que todos los ítems tuvieron una moderada dificultad ( $p_{\text{promedio}} = 0.57$ ). En general se aprecia que, para este instrumento de los 30 ítems, el 53% (16 ítems) fueron fáciles, mientras que el 47% restante (14 ítems) fueron de mediana dificultad; no hallándose ítems difíciles para los evaluados.

Tabla 15

*Índices de dificultad de los ítems del instrumento PROBLEMATIC*

Dimensión	Ítem	Índice de dificultad	Índice de dificultad promedio
Problemas de cambio	Ítem 1	0.93	0.72
	Ítem 2	0.94	
	Ítem 3	0.81	
	Ítem 4	0.72	

	Ítem 5	0.50	
	Ítem 6	0.67	
	Ítem 7	0.54	
	Ítem 8	0.62	
	Ítem 9	0.76	
	Ítem 10	0.72	
	Ítem 11	0.72	
	Ítem 12	0.70	
Problemas de combinar	Ítem 13	0.84	
	Ítem 14	0.84	
	Ítem 15	0.81	
	Ítem 16	0.51	0.74
	Ítem 17	0.73	
	Ítem 18	0.73	
Problemas de comparar	Ítem 19	0.59	
	Ítem 20	0.57	
	Ítem 21	0.58	0.60
	Ítem 22	0.57	
	Ítem 23	0.57	
	Ítem 24	0.75	
Problemas de igualación	Ítem 25	0.52	
	Ítem 26	0.55	
	Ítem 27	0.58	0.57
	Ítem 28	0.58	
	Ítem 29	0.56	
	Ítem 30	0.65	

*Nota:* Elaboración propia.

### **Índice de discriminación de los ítems:**

El índice de discriminación es un indicador que va de -1 a 1, el cual cuantifica el grado en que un determinado ítem discrimina el rendimiento entre los que tienen altos y bajos puntajes en el constructo medido. Este índice se obtiene de la diferencia entre la proporción de personas con más alto rendimiento que acertó el ítem y la proporción de personas con más bajo rendimiento que acertó el ítem. Según Abad et al. (2011), los valores obtenidos inferiores a 0.20 se consideran valores inaceptables e indican que el ítem ha de ser eliminado pues no discrimina adecuadamente entre un alto y bajo rendimiento en el constructo. Estos mismos autores sugieren considerar para el cálculo de este índice considerar al 27% de la muestra con el rendimiento más alto y al 27% con el rendimiento más bajo.

En cuanto al análisis de discriminación de los ítems de PROBLEMATIC se aprecia en la tabla 16 que cuatro ítems (dos de la dimensión de “Problemas de cambio” y dos de “Problemas de combinar” de los 30 ítems del instrumento presentaron índices de discriminación por debajo de lo aceptable ( $D < .20$ ). En ese sentido se decidió en primera instancia eliminar los tres ítems con más baja discriminación (ítems 1, 2 y 14), ya que no permiten discriminar adecuadamente a los evaluados con más alto rendimiento de los que tienen más bajo rendimiento. En los demás casos de ítems sí presentaron índices de discriminación dentro de lo aceptable ( $D > .20$ ).

Tabla 16

*Índices de discriminación de los ítems del instrumento PROBLEMATIC*

Dimensión	Ítem	Índice de discriminación	Índice de discriminación promedio
Problemas de cambio	Ítem 1	0.12	0.42
	Ítem 2	0.11	
	Ítem 3	0.24	
	Ítem 4	0.47	
	Ítem 5	0.49	
	Ítem 6	0.50	
	Ítem 7	0.57	
	Ítem 8	0.55	
	Ítem 9	0.51	
	Ítem 10	0.49	
Problemas de combinar	Ítem 11	0.47	0.30
	Ítem 12	0.50	
	Ítem 13	0.22	
	Ítem 14	0.07	
	Ítem 15	0.16	
	Ítem 16	0.51	
	Ítem 17	0.41	
Problemas de comparar	Ítem 18	0.43	0.41
	Ítem 19	0.43	
	Ítem 20	0.47	
	Ítem 21	0.46	
	Ítem 22	0.46	
	Ítem 23	0.32	
Problemas de igualación	Ítem 24	0.28	0.57
	Ítem 25	0.55	
	Ítem 26	0.58	
	Ítem 27	0.61	
	Ítem 28	0.51	
	Ítem 29	0.61	
	Ítem 30	0.57	

*Nota:* Elaboración propia.

### **5.5.2 La batería de ejercicios de cálculo mental CALCUMATIC**

Fue creado por Casaverde y Chavez (2014) en Perú con el objetivo de contar con un instrumento para evaluar el desempeño en la resolución de operaciones de adición y sustracción por cálculo mental en estudiantes de segundo grado de primaria.

CALCUMATIC es un instrumento que permite que los estudiantes efectúen los dos tipos de principios para resolver cálculo mental; por analogía y descomposición, en este caso, se considera útil su aplicación para los estudiantes que se encuentran en el III ciclo de educación primaria. La duración de la prueba es de 14 minutos y se puede aplicar de modo individual o colectivo.

Este instrumento consta de dos subtest con 26 ítems; que responde a las funciones que las autoras, en su experiencia y en la revisión de la literatura científica, han encontrado como más correlacionadas con el aprendizaje de las matemáticas.

Los subtest que la conforman se describen a continuación:

- Primer subtest por analogía: consta de 20 ítems.
- Segundo subtest por descomposición: consta de seis ítems.

A continuación, se visualizará la tabla de especificaciones de la batería de ejercicios de cálculo mental CALCUMATIC, que describe la variable, la definición nominal, las dimensiones, los indicadores y los ítems de la prueba (ver tabla 17).

Tabla 17

*Tabla de especificaciones de la batería de ejercicios de cálculo mental CALCUMATIC*

Variable	Definición Nominal	Dimensiones	Indicadores	Ítems
Cálculo mental	Es conjunto de técnicas sin usar lápiz ni papel desarrollando agilidad mental (Ramírez, 2007).	Principio de Analogía	Número de dos cifras y un dígito	1) $9 + 30 =$
				2) $20 + 4 =$
				3) $40 + 8 =$
				4) $23 + 6 =$
				5) $24 - 4 =$
				6) $48 - 8 =$
				7) $16 - 3 =$
				8) $15 - 5 =$
				9) $38 - 4 =$
			Decenas netas	1) $20 + 50 =$
				2) $30 + 40 =$
				3) $80 - 30 =$
				4) $70 - 40 =$
			Decenas netas y número de dos cifras	1) $25 + 10 =$
				2) $23 + 50 =$
				3) $50 + 13 =$
				4) $60 + 36 =$
				5) $40 + 22 =$
				6) $56 - 20 =$
				7) $47 - 40 =$
				8) $23 - 10 =$
				9) $35 - 20 =$

- Número de dos cifras sin pasar la decena
- 1)  $25 + 34 =$
  - 2)  $43 + 26 =$
  - 3)  $35 + 24 =$
  - 4)  $62 + 27 =$
  - 5)  $31 + 43 =$
  - 6)  $39 - 14 =$
  - 7)  $67 - 36 =$
  - 8)  $49 - 39 =$
  - 9)  $29 - 12 =$

Principio de descomposición

- Número de dos cifras y un dígito pasando la decena
- 1)  $57 + 5 =$
  - 2)  $29 + 4 =$
  - 3)  $12 + 9 =$
  - 4)  $48 + 6 =$
  - 5)  $13 - 5 =$
  - 6)  $15 - 8 =$
  - 7)  $12 - 8 =$
  - 8)  $35 - 8 =$
  - 9)  $14 - 6 =$

- Números de dos cifras pasando la decena
- 1)  $18 - 15 =$
  - 2)  $19 - 13 =$
  - 3)  $52 - 34 =$
  - 4)  $85 - 26 =$
  - 5)  $36 + 45 =$
  - 6)  $28 + 47 =$

*Nota:*

Elaboración

propia.

**Determinación de las evidencias de la validez y la confiabilidad:**

Se determinó la evidencia de validez basada en el contenido (Lozano y Turbany, 2013) de la batería de ejercicios de cálculo mental CALCUMATIC, a través de la consulta a siete jueces expertos, que contaban con el título de licenciados o grado de doctor con reconocida experiencia en el campo profesional, para lo cual se utilizó el Coeficiente V. De Aiken (Escurra, 1988).

Los jueces evaluaron el instrumento por medio de un formato (ver apéndice F) que contenía una escala que evaluaba la variable, sus dimensiones y los ítems.

También revisaron una ficha de evaluación global del instrumento con los siguientes criterios: logro del objetivo, facilidad de instrucciones, organización interna, coherencia entre las variables, suficiencia de los ítems para medir el indicador, suficiencia de indicadores para medir la variable a investigar y suficiencia de ítems para medir la variable (ver apéndice G).

Originalmente el instrumento contenía 40 ítems, los cuales fueron evaluados por los jueces y eliminaron 14, debido a que no estaban relacionados con las dimensiones o no eran lo suficientemente claros en su redacción, quedando 26 ítems.

A continuación, se presentarán los resultados obtenidos a través del Coeficiente V. De Aiken. En primer lugar, se analizará cada uno de los indicadores y luego a nivel general.

**a) Principio de analogía**

Se puede observar en la tabla 18, que de los 31 ítems que conforman esta dimensión, alcanzan todos una  $V$  total de 1,00.

Tabla 18

*Validez basada en el contenido del principio de analogía*

Ítems	A	D	V
1) 9 + 30	7	0	1.00
2) 20 + 4	7	0	1.00
3) 40 + 8	7	0	1.00
4) 23 + 6	7	0	1.00
5) 24 - 4	7	0	1.00
6) 48 - 8	7	0	1.00
7) 16 - 3	7	0	1.00
8) 15 - 5	7	0	1.00
9) 38 - 4	7	0	1.00
10) 20 + 50	7	0	1.00
11) 30 + 40	7	0	1.00
12) 80 - 30	7	0	1.00
13) 70 - 40	7	0	1.00
14) 25 + 10	7	0	1.00
15) 23 + 50	7	0	1.00
16) 50 + 13	7	0	1.00
17) 60 + 36	7	0	1.00
18) 40 + 22	7	0	1.00
19) 56 - 20	7	0	1.00
20) 47 - 40	7	0	1.00
21) 23 - 10	7	0	1.00
22) 35 - 20	7	0	1.00
23) 25 + 34	7	0	1.00
24) 43 + 26	7	0	1.00
25) 35 + 24	7	0	1.00
26) 62 + 27	7	0	1.00
27) 31 + 43	7	0	1.00
28) 39 - 14	7	0	1.00
29) 67 - 36	7	0	1.00
30) 49 - 39	7	0	1.00
31) 29 - 12	7	0	1.00

*Nota:* A= Acuerdos; D= Desacuerdos; V= Coeficiente de Validez de Aiken. Elaboración propia.

#### **b) Principio de descomposición**

Se puede visualizar en la tabla 19, que de los nueve ítems que conforman esta dimensión, alcanzaron en su totalidad un coeficiente V de 1,00.

Tabla 19

*Validez basada en el contenido del principio de descomposición*

Ítems		A	D	V
1)	57 + 5	7	0	1.00
2)	29 + 4	7	0	1.00
3)	12 + 9	7	0	1.00
4)	48 + 6	7	0	1.00
5)	13 – 5	7	0	1.00
6)	15 – 8	7	0	1.00
7)	12 – 8	7	0	1.00
8)	35 – 8	7	0	1.00
9)	14 – 6	7	0	1.00

*Nota:* A= Acuerdos; D= Desacuerdos; V= Coeficiente de Validez de Aiken. Elaboración propia.

En resumen, se puede señalar que la validez de los factores es alta, por lo que se puede inferir que mide realmente lo que pretende medir, es decir, mide con precisión las dos dimensiones del cálculo mental (ver tabla 20).

Tabla 20

*Validez de contenido del instrumento*

Principios	V
Analogía	1.00
Descomposición	1.00
Total	1.00

*Nota:* V: Coeficiente de Validez de Aiken. Elaboración propia.

### **Prueba piloto:**

Se llevó a cabo el estudio piloto con 22 participantes, con el fin de medir el grado de inteligibilidad del instrumento, el nivel de dificultad de los ítems, así como determinar el tiempo promedio de duración de la aplicación (Salgado-Lévano, 2018).

A continuación, se detallará el procedimiento de la prueba piloto:

Para la aplicación del instrumento CALCUMATIC se coordinó con la directora de la institución educativa el mismo día de la solicitud de la aplicación del instrumento de

PROBLEMATIC, ya que este instrumento es complementario para la evaluación. Se recordó que los padres de familia no olviden firmar el consentimiento informado (ver apéndice C) autorizando a su menor hijo(a) la realización del estudio.

El día designado por la directora para la evaluación se ingresó al aula destinada, se saludó, presentando a las autoras como estudiantes de la Maestría de la Universidad Marcelino Champagnat y se solicitó colaboración para un trabajo de cálculo mental con adiciones y sustracciones.

Además, se les explicó que iban a recibir una hoja con el asentamiento informado para que escriban su nombre aquellos que estén de acuerdo (ver apéndice D). Se les mencionó que realizarían ejercicios de adición y sustracción, teniendo que escuchar con atención la operación y en 20 segundos aproximadamente resolverlas, escribiendo solo las respuestas para poder pasar a la siguiente operación hasta terminar con las 46 operaciones.

De esta manera se aplicó el instrumento. Al final de la aplicación del instrumento se llevó a cabo un sondeo con la finalidad de conocer si los ítems les parecieron fáciles, difíciles, aburridos o complicados, también para identificar que preguntas les resultaron más difíciles desarrollarlas y por último se pidió que nos brinden sugerencias para optimizar la calidad del instrumento (ver apéndice H).

Después de la aplicación del instrumento, se procedió a revisar las operaciones. Se calificaron 22 pruebas manualmente.

Por lo tanto, se determinó que para el instrumento final de cálculo mental CALCUMATIC quedará un total de 26 operaciones en base a los siguientes criterios:

- a) Según la dificultad del ítem: se eliminaron los ítems fáciles que fueron resueltos por todos los estudiantes y los ítems que ningún estudiante pudo resolver.
- b) Según la aplicación del sondeo: se eliminaron los ítems señalados por los estudiantes como aburridos o complicados en el sondeo.

- c) Según la calidad del ítem: se seleccionaron los ítems que reflejaron de manera más precisa las dimensiones del cálculo mental.

Finalmente, la prueba quedó clasificada de la siguiente manera: para el principio de analogía 20 operaciones; 6 operaciones con números de dos cifras y un dígito, 4 operaciones con decenas netas, 6 con decenas netas y número de dos cifras y por último 4 operaciones con números de dos cifras sin pasar a la decena. Con respecto al principio de descomposición quedaron 6 operaciones con números de dos cifras y un dígito pasando la decena.

### **Análisis de confiabilidad:**

Como parte del análisis de confiabilidad de las puntuaciones, y en la medida que los ítems de CALCUMATIC es dicotómico, se calculó el coeficiente *KR-20* que es un coeficiente equivalente al alfa de Cronbach para ítems dicotómicos. En ese sentido se tomó como referencia valores superiores a .70 para determinar que las dimensiones analizadas para ambos instrumentos presentan una adecuada confiabilidad de las puntuaciones (Prieto y Delgado, 2010). Adicionalmente se analizó el grado de homogeneidad de los ítems mediante el cálculo de las correlaciones ítem-test corregidas ( $r_{itc}$ ) para cada una de las dimensiones evaluadas. Este coeficiente se define como la correlación de Pearson entre las puntuaciones en el ítem y en el total del test, esperándose valores mayores a .20 (Kline, 1986) para indicar un adecuado grado de homogeneidad.

Tal como se aprecia en la tabla 21, los resultados del análisis de confiabilidad del instrumento CALCUMATIC muestran que tanto las dimensiones como las subdimensiones analizadas presentan adecuados coeficientes de confiabilidad ( $KR-20 > .70$ ), lo cual indica que los puntajes obtenidos para cada dimensión y subdimensión tienen poco grado de error de medición. Además, del análisis de las correlaciones ítem-test corregidas se encontró que todos los ítems presentan un adecuado grado de homogeneidad con respecto al total del instrumento ( $r_{itc} > .20$ ).

Tabla 21

*Análisis de fiabilidad del instrumento CALCUMATIC*

Dimensión	Subdimensión	KR-20	$r_{itc}$
Analogías (KR20 = .90)	Número de dos cifras y de un dígito sin pasar la decena	.73	.34, .61
	Decenas netas	.75	.48, .63
	Decena neta y número de dos cifras	.81	.45, .71
Descomposición	Números de dos cifras sin pasar la decena	.70	.47, .51
	Número de dos cifras y un dígito pasando la decena	.81	.50, .63

Nota: KR-20= Coeficiente alfa de Cronbach. Elaboración propia.

**Análisis psicométrico**

Como parte del análisis de ítems, y por tratarse de pruebas de rendimiento óptimo (Abad et al. 2011), se halló los dos principales índices al momento de realizar el análisis psicométrico de una prueba: de dificultad y discriminación de los ítems. Estos índices se convierten en indicadores de la calidad de una prueba en la medida que se encuentren dentro de rangos aceptables (Hurtado, 2018).

**Índice de dificultad de los ítems:**

El índice de dificultad es un indicador que va de cero (0) a uno (1), el cual cuantifica el grado dificultad de un ítem en relación a la proporción de personas que acertaron el ítem frente al total de los evaluados. Según Abad et al. (2011), los índices de dificultad por debajo de 0.30 estarían indicando una dificultad alta del ítem, entre 0.30 y 0.69 una dificultad media; y de 0.70 a más una dificultad baja.

Tal como se aprecia en la tabla 22, con respecto a Analogías para la subdimensión de “Número de dos cifras y de un dígito sin pasar la decena”, se encontró que todos los ítems fueron de fácil dificultad ( $p_{promedio} \geq .84$ ), al igual que con la subdimensión de “Decenas netas” ( $p_{promedio} \geq .81$ ). En cambio, para la subdimensión de “Decena neta y número de dos cifras” se encontró que, a excepción de un ítem que fue de fácil dificultad, en promedio los ítems fueron de moderada dificultad ( $p_{promedio} = 0.67$ ), al igual que con la dimensión de “Números de dos cifras sin pasar la decena” en donde

todos los ítems fueron de moderada dificultad ( $p_{\text{promedio}} = 0.60$ ). Finalmente, con respecto a Descomposición se encontró que, a excepción de un ítem con fácil dificultad, en promedio los ítems fueron de moderada dificultad ( $p_{\text{promedio}} = 0.63$ ). En total se aprecia que de los 26 ítems de CALCUMATIC, el 46% (12 ítems) fueron de fácil dificultad, mientras que el 54% (14 ítems) restante fue de dificultad moderada; no apreciándose ítems de dificultad alta.

Tabla 22

*Índices de dificultad de los ítems del instrumento CALCUMATIC*

Dimensión	Subdimensión	Ítem	Índice de dificultad	Índice de dificultad promedio
Analogía	Número de dos cifras y de un dígito sin pasar la decena	Ítem 1	0.87	0.84
		Ítem 2	0.92	
		Ítem 3	0.81	
		Ítem 4	0.74	
		Ítem 5	0.82	
		Ítem 6	0.86	
	Decenas netas	Ítem 7	0.85	0.81
		Ítem 8	0.80	
		Ítem 9	0.82	
		Ítem 10	0.77	
		Ítem 11	0.80	
		Ítem 12	0.64	
	Decena neta y número de dos cifras	Ítem 13	0.58	0.67
		Ítem 14	0.64	
		Ítem 15	0.66	
		Ítem 16	0.68	
		Ítem 17	0.62	
		Ítem 18	0.63	
Descomposición	Números de dos cifras sin pasar la decena	Ítem 19	0.57	0.60
		Ítem 20	0.58	
		Ítem 21	0.59	
		Ítem 22	0.53	
		Ítem 23	0.62	
		Ítem 24	0.66	
		Ítem 25	0.71	
		Ítem 26	0.65	
Descomposición	Número de dos cifras y un dígito pasando la decena	Ítem 23	0.62	0.63
		Ítem 24	0.66	
		Ítem 25	0.71	
		Ítem 26	0.65	
		Ítem 23	0.62	
		Ítem 24	0.66	

*Nota:* Elaboración propia.

### Índice de discriminación:

El índice de discriminación es un indicador que va de -1 a 1, el cual cuantifica el grado en que un determinado ítem discrimina el rendimiento entre los que tienen altos y bajos puntajes en el constructo medido. Este índice se obtiene de la diferencia entre la proporción de personas con más alto rendimiento que acertó el ítem y la proporción de personas con más bajo rendimiento que acertó el ítem. Según Abad et al. (2011), los valores obtenidos inferiores a 0.20 se consideran valores inaceptables e indican que el ítem ha de ser eliminado, pues no discrimina adecuadamente entre un alto y bajo rendimiento en el constructo. Estos mismos autores sugieren considerar para el cálculo de este índice considerar al 27% de la muestra con el rendimiento más alto y al 27% con el rendimiento más bajo.

Tal como se observa en la tabla 23, se aprecia en general que los 26 ítems de CALCUMATIC presentan índices de discriminación dentro de lo aceptable ( $D > 0.20$ ); lo cual quiere decir que pueden diferenciar adecuadamente entre el grupo de mejor rendimiento en comparación a los de más bajo rendimiento.

Tabla 23

*Índices de discriminación de los ítems del instrumento CALCUMATIC*

Dimensión	Subdimensión	Ítem	Índice de discriminación	Índice de discriminación promedio
Analogía	Número de dos cifras y de un dígito sin pasar la decena	Ítem 1	0.26	0.34
		Ítem 2	0.20	
		Ítem 3	0.38	
		Ítem 4	0.46	
		Ítem 5	0.42	
		Ítem 6	0.35	
		Ítem 7	0.39	
	Decenas netas	Ítem 8	0.43	0.42
		Ítem 9	0.41	
		Ítem 10	0.46	
	Decena neta y número de dos cifras	Ítem 11	0.38	0.63
		Ítem 12	0.61	
		Ítem 13	0.70	
		Ítem 14	0.70	
		Ítem 15	0.70	
		Ítem 16	0.66	
		Ítem 17	0.69	
Números de			0.65	

	dos cifras sin	Ítem 18	0.64	
	pasar la decena	Ítem 19	0.61	
		Ítem 20	0.66	
		Ítem 21	0.65	
	Número de dos	Ítem 22	0.65	
	cifras y un	Ítem 23	0.69	
Descomposición	dígito pasando	Ítem 24	0.61	0.63
	la decena	Ítem 25	0.61	
		Ítem 26	0.58	

*Nota:* Elaboración propia.

## 5.6 Procedimientos

A continuación, se detallará cómo se desarrolló el procedimiento de los instrumentos.

### a) Coordinaciones previas

Para la aplicación de los instrumentos PROBLEMATIC y CALCUMATIC se coordinó con los directores de las tres instituciones educativas con respecto a los permisos para el ingreso al colegio y a las aulas de segundo grado para la realización de la evaluación de los instrumentos; se solicitó que la evaluación se lleve a cabo a primeras horas de la mañana. Se conversó sobre la importancia de los consentimientos informados para la aplicación de los instrumentos para que puedan ser entregados a los padres de familia por medio de la agenda. Luego de aprobada la autorización a los colegios, se entregó a los profesores tutores los consentimientos informados.

### b) Consentimiento informado para los padres de familia

Después de haber entregado los consentimientos informados a las instituciones educativas se recogió aquellos que habían sido devueltos por los padres de familia y se realizó el llenado de datos para la elaboración de la lista de los estudiantes a los cuales se les entregó el asentamiento informado. (ver Apéndice I)

### c) Presentación

El primer día destinado para la evaluación de las tres primeras aulas de segundo grado, se hizo el ingreso de las evaluadoras a las 7:30 am al colegio y se realizó

las últimas coordinaciones con el director. A las 8:00 am se inició el desplazamiento a las aulas destinadas.

Se saludó a los estudiantes, se realizó la presentación como estudiantes de Maestría de la Universidad Marcelino Champagnat y se solicitó su apoyo para la investigación.

El mismo procedimiento se realizó al día siguiente en el segundo y tercer colegio.

d) Aplicación del asentimiento informado para los niños

De la misma forma, en los días correspondientes se procedió a explicarles que iban a recibir una hoja, la cual la íbamos a leer juntos para que luego puedan escribir su nombre aquellos que estaban de acuerdo y que quisieran recibir la evaluación. Finalmente se procedió a leer el asentimiento informado y a recoger las hojas firmadas. (ver Apéndice J).

e) Aplicación de los instrumentos

Fue necesario solicitar el apoyo de dos colaboradoras, quienes conjuntamente con una de las autoras del estudio, realizaron la aplicación del instrumento. Para ello se les capacitó en los criterios metodológicos y éticos para conducir la aplicación llegándose a utilizar simulaciones previas que garantizaban el manejo eficiente de los instrumentos.

Para la aplicación del instrumento de cálculo mental CALCUMATIC, se entregó la hoja de respuestas a los estudiantes, explicando que se dictarían 26 operaciones entre adiciones y sustracciones; dándoles un tiempo de 20 segundos aproximadamente por operación para resolverlas a través del cálculo mental y escribiendo solo la respuesta en su hoja.

Terminada la prueba de cálculo mental se les entregó el segundo instrumento PROBLEMATIC, se explicó que encontrarían en la evaluación 30 problemas matemáticos, teniendo que resolverlos y marcar solo la respuesta correcta con lápiz. Se mencionó que el tiempo para el desarrollo de la evaluación sería de dos bloques de 30 minutos y que a la señal de la evaluadora se detendría la

evaluación para que tengan un descanso de 15 minutos y posteriormente continúen con la evaluación.

Después de la aplicación del instrumento, se procedió a eliminar las pruebas que presentaron doble marca y/o pruebas incompletas.

## VI. RESULTADOS

Para obtener los resultados de esta investigación se utilizó el programa SPSS versión 24, organizando los resultados hallados tanto a nivel descriptivo como a nivel inferencial y a nivel complementario. Para la parte descriptiva se calcularon los estadísticos de tendencia central (media) y de dispersión (desviación estándar y coeficientes de variación). Mientras que para la parte inferencial se realizó en primer lugar el análisis de normalidad y, posteriormente, el análisis correlacional. Finalmente, en el análisis complementario se comparan las variables cálculo mental y resolución de problemas según sexo.

### 6.1 Análisis descriptivo

Como parte del análisis descriptivo se calcularon la media (tendencia central), la desviación estándar, coeficientes de variación (dispersión), los puntajes mínimos y máximos, para las dimensiones y subdimensiones de las variables de cálculo mental y resolución de problemas.

De acuerdo a lo presentado en la tabla 24, se observa que, con respecto a la dimensión de Analogías, alcanza un puntaje promedio de 14,68 ( $\pm$  4.99). Este promedio es próximo al puntaje máximo posible en lo que sugiere un rendimiento adecuado óptimo por parte de los participantes, las subdimensiones de “Número de dos cifras y de un dígito sin pasar la decena y Decenas netas” se han obtenido puntajes promedio que se encuentran próximos al puntaje máximo posible, lo cual estaría indicando (como en el análisis de dificultad de los ítems) que en esta dos subdimensiones los participantes han presentado un rendimiento más óptimo, apreciándose un rendimiento ligeramente superior en las sub dimensiones “Decena neta y número de dos cifras y número de dos cifras y de un dígito sin pasar la decena”; además de que los puntajes obtenidos por la muestra de evaluados han tendido a ser más homogéneos, es decir con poca dispersión ( $CV < 50\%$ , Pardo, Ruiz y San Martín, 2010). En cuanto a la dimensión de Descomposición esta obtiene un

promedio de 3.76 ( $\pm$  2.06) que si bien corresponden a valores medios respecto al mínimo y máximo posible también denotan una mayor dispersión lo que estaría indicando que los evaluados han tenido un rendimiento en general promedio, pero con distancias marcadas entre sus puntuaciones. Aunque en este caso las dispersiones de los puntajes han pasado  $CV > 50\%$ , lo cual indica que los puntajes obtenidos han sido más heterogéneos. Esto permite afirmar que los estudiantes de segundo grado de primaria a nivel general presentan un nivel promedio en la variable de cálculo mental por lo que se acepta la primera hipótesis nula específica.

Tabla 24

*Estadísticos descriptivos del cálculo mental*

Variables	M	DE	CV	Min.	Máx.
Analogías	14.68	4.99	34.03%	0	20
Número de dos cifras y de un dígito sin pasar la decena	5.02	1.43	28.37%	0	6
Decenas netas	3.24	1.18	36.47%	0	4
Decena neta y número de dos cifras	4.00	2.01	50.31%	0	6
Números de dos cifras sin pasar la decena	2.40	1.42	59.22%	0	4
Descomposición	3.76	2.06	54.69%	0	6

*Nota:* M (media), DE (desviación estándar), CV (coeficiente de variación), Min (mínimo) y Máx. (máximo),  $CV < 50\%$  menor dispersión mayor homogeneidad;  $CV > 50\%$  mayor dispersión mayor heterogeneidad.). Elaboración propia.

Para el caso de la variable resolución de problemas, de acuerdo a lo presentado en la tabla 25, se encontró que para el caso de las dos primeras dimensiones (cambio y combinar) el rendimiento de los evaluados ha sido moderadamente alto, pues los valores promedios obtenidos han estado cercanos a los puntajes máximos posibles. Además de que dichos puntajes han tenido poca dispersión ( $CV < 50\%$ ), por lo que en rendimiento ha sido más homogéneo. Por el contrario, para el caso de las dos últimas dimensiones (comparar e igualación) de acuerdo a los valores promedio obtenidos se aprecia que los evaluados han tenido un rendimiento medio con respecto al mínimo y máximo posible. Y, además, se aprecia que el rendimiento en

estas dos dimensiones ha sido más heterogéneo, pues la dispersión de los puntajes ha sido elevada ( $CV > 50\%$ ). Lo cual permite afirmar que los estudiantes de segundo grado de primaria a nivel general presentan un nivel promedio en la variable de resolución de problemas matemáticos, por lo que se acepta la segunda hipótesis nula específica.

Tabla 25

*Estadísticos descriptivos de resolución de problemas*

Variable	M	DE	CV	Min.	Máx.
Problemas de cambio	6.74	3.15	46.82%	0	10
Problemas de combinar	3.62	1.42	39.14%	0	5
Problemas de comparar	3.63	2.00	55.04%	0	6
Problemas de igualación	3.44	2.34	68.10%	0	6

*Nota:* M (media), DE (desviación estándar), CV (coeficiente de variación), Min (mínimo) y Máx. (máximo).  $CV < 50\%$  menor dispersión mayor homogeneidad,  $CV > 50\%$  mayor dispersión mayor heterogeneidad. Elaboración propia.

## 6.2 Análisis inferencial

En primer lugar, se procedió a realizar el análisis de normalidad para conocer los resultados y de esta manera determinar si se utilizan pruebas paramétricas o no paramétricas.

### **Análisis de normalidad:**

Para poder decidir si se utiliza pruebas paramétricas o no paramétricas fue necesario en primer lugar llevar a cabo la prueba de normalidad de las variables de estudio de cálculo mental y resolución de problemas.

Por consiguiente, se empleó el estadístico de normalidad de Kolmogorov-Smirnov-Lilliefors ( $N > 50$ ) con el fin de determinar si las distribuciones de las variables analizadas eran paramétricas o no paramétricas y de esta manera elegir el estadístico de correlación más apropiado.

De acuerdo a los resultados presentados en la tabla 26, se aprecia que todas las variables analizadas presentan una distribución de sus puntuaciones que no se aproximan a la distribución normal ( $p < .05$ ). Por lo tanto, en vista a que todas las variables tienen distribuciones no normales, se determinó que el estadístico no paramétrico más apropiado para analizar la relación entre las variables era la correlación de Spearman.

Tabla 26

*Prueba de normalidad de las variables cálculo mental y resolución de problemas*

Variable	K-S	Sig.	Distribución
Analogías	0.17	< .001	No paramétrica
Número de dos cifras y de un dígito sin pasar la decena	0.31	< .001	No paramétrica
Decenas netas	0.35	< .001	No paramétrica
Decena neta y número de dos cifras	0.25	< .001	No paramétrica
Números de dos cifras sin pasar la decena	0.20	< .001	No paramétrica
Descomposición	0.20	< .001	No paramétrica
Problemas de cambio	0.18	< .001	No paramétrica
Problemas de combinar	0.23	< .001	No paramétrica
Problemas de comparar	0.15	< .001	No paramétrica
Problemas de igualación	0.20	< .001	No paramétrica

*Nota:* K-S = estadístico de normalidad de Kolmogorov-Smirnov-Lilliefors. Elaboración propia.

### **Análisis correlacional**

De acuerdo a los resultados previos del análisis de normalidad se empleó el coeficiente de correlación de Spearman para corroborar el grado de relación entre el cálculo mental y la resolución de problemas matemáticos. Para la interpretación de dicho coeficiente se tomó en consideración la propuesta de Cohen (1992), quien afirma que coeficientes de correlación entre .20 y .29 son considerados bajos, entre .30 y .49 son considerados moderados; y de .50 a más son considerados grandes.

Como parte del contraste de la hipótesis general, se calculó el grado de relación entre el cálculo mental y la resolución de problemas matemáticos. De acuerdo al análisis de correlación se halló que ambas variables presentan una asociación positiva y estadísticamente significativa ( $r_s = .70, p < .05$ ) lo que permite inferir que se rechaza la hipótesis nula y se interpreta que a mayor cálculo mental estará asociada fuertemente con una mayor resolución de problemas matemáticos.

A continuación, se detallarán las relaciones específicas encontradas a nivel de las dimensiones de ambas variables, como parte del contraste de las hipótesis específicas.

Con relación a la tercera hipótesis específica, se aprecia en la tabla 27 que el cálculo mental por analogía se asocia de manera positiva y significativa ( $r_s = .62, p < .05$ ) en la resolución de problemas matemáticos de cambio, lo cual permite inferir que se rechaza la hipótesis nula y se interpreta que existe una relación significativa entre el cálculo mental por analogía y la resolución de problemas matemáticos de cambio, donde a una mayor habilidad para resolver ejercicios de cálculo mental por analogía estará asociada a una mayor habilidad para resolver problemas matemáticos que impliquen ejercicios de cambio.

Para la cuarta hipótesis específica se aprecia en la tabla 27, que el resultado del cálculo mental por descomposición se asocia de manera positiva y significativa ( $r_s = .52, p < .05$ ) en la resolución de problemas matemáticos de cambio, lo cual permite inferir que se rechaza la hipótesis nula y se interpreta que existe una relación significativa entre el cálculo mental por descomposición y la resolución de problemas matemáticos de cambio, donde a una mayor habilidad para resolver ejercicios de cálculo mental por descomposición estará asociada a una mayor habilidad para resolver problemas matemáticos que impliquen ejercicios de cambio.

Al analizar ambas dimensiones del cálculo mental con la resolución de problemas matemáticos de cambio, las magnitudes de dichas asociaciones han sido fuertes ( $r_s >$

.50); aunque con mayor magnitud la relación entre la dimensión de analogía y problemas matemáticos de cambio.

Se aprecia en la misma tabla 27, para la quinta hipótesis específica que el cálculo mental por analogía se asocia de manera positiva y significativa ( $r_s = .54, p < .05$ ) en la resolución de problemas matemáticos de combinar, lo cual permite inferir que se rechaza la hipótesis nula y se interpreta que existe una relación significativa entre el cálculo mental por analogía y la resolución de problemas matemáticos de combinar, donde a una mayor habilidad para resolver ejercicios de cálculo mental por analogía estará asociada a una mayor habilidad para resolver problemas matemáticos que impliquen ejercicios de combinar.

Mientras que en la sexta hipótesis específica, se aprecia en la tabla 27 que el resultado del cálculo mental por descomposición se asocia de manera positiva y significativa ( $r_s = .47, p < .05$ ) en la resolución de problemas matemáticos de combinar, lo cual permite inferir que se rechaza la hipótesis nula y se interpreta que existe una relación significativa entre el cálculo mental por descomposición y la resolución de problemas matemáticos de combinar, donde a una mayor habilidad para resolver ejercicios de cálculo mental por descomposición estará asociada a una mayor habilidad para resolver problemas matemáticos que impliquen ejercicios de combinar.

Al analizar ambas dimensiones del cálculo mental con la resolución de problemas matemáticos la magnitud de dichas asociaciones, han sido entre moderadas ( $r_s > .40$ ) y fuertes ( $r_s > .50$ ); siendo la de mayor fuerza la relación entre la dimensión de analogía y problemas matemáticos de combinar.

Con respecto a la séptima hipótesis, se observa en la tabla 27 que el cálculo mental por analogía se asocia de manera positiva y significativa ( $r_s = .55, p < .05$ ) en la resolución de problemas de comparar, lo cual permite inferir que se rechaza la hipótesis nula y se interpreta que existe una relación significativa entre el cálculo mental por analogía y la resolución de problemas matemáticos de comparar, donde a

una mayor habilidad para resolver ejercicios de cálculo mental por analogía estará asociada a una mayor habilidad para resolver problemas matemáticos que impliquen ejercicios de comparación.

Se muestra en la tabla 27, para la octava hipótesis específica que el cálculo mental por descomposición también se asocia de manera positiva y significativa ( $r_s = .37, p < .05$ ), aunque de menor magnitud en la resolución de problemas matemáticos de comparar, lo cual permite inferir que se rechaza la hipótesis nula y se interpreta que existe una relación significativa entre el cálculo mental por descomposición y la resolución de problemas matemáticos de comparar, donde a una mayor habilidad para resolver ejercicios de cálculo mental por descomposición estará asociada a una mayor habilidad para resolver problemas matemáticos que impliquen ejercicios de comparar.

Al analizar la magnitud de dichas asociaciones, estas han sido entre moderadas ( $r_s < .30$ ) y fuertes ( $r_s < .50$ ). Aunque la relación entre la dimensión de cálculo mental y la resolución de problemas matemáticos de comparar es la de menor magnitud de todas las correlaciones de la investigación.

En cuanto a la novena hipótesis específica, se observa en la tabla 27 que el cálculo mental por analogía se asocia de manera positiva y significativa ( $r_s = .61, p < .05$ ) en la resolución de problemas matemáticos de igualación, lo cual permite inferir que se rechaza la hipótesis nula y se interpreta que existe una relación significativa entre el cálculo mental por analogía y la resolución de problemas matemáticos por igualación, donde a una mayor habilidad para resolver ejercicios de cálculo mental por analogía estará asociada a una mayor habilidad para resolver problemas matemáticos que impliquen ejercicios de igualación.

Finalmente, se presenta en la tabla 27 que para la décima hipótesis específica, el cálculo mental por descomposición también mantiene una relación positiva y significativa ( $r_s = .53, p < .05$ ) con la resolución de problemas matemáticos de igualación, lo cual permite inferir que se rechaza la hipótesis nula y se interpreta que existe una relación significativa entre el cálculo mental por descomposición y la

resolución de problemas matemáticos de igualación, donde a una mayor habilidad para resolver ejercicios de cálculo mental por descomposición estará asociada a una mayor habilidad para resolver problemas matemáticos que impliquen ejercicios de igualación.

Al analizar la magnitud de dichas asociaciones, ambas dimensiones del cálculo mental con la resolución de problemas de igualación han sido fuertes ( $r_s > .50$ ).

Tabla 27

*Matriz de correlaciones entre el cálculo mental y la resolución de problemas*

Variables	1	2	3	4	5	6
1. Analogía	-					
2. Descomposición	.60**	-				
3. P. cambio	.62**	.52**	-			
4. P. combinar	.54**	.47**	.61**	-		
5. P. comparar	.55**	.37**	.63**	.57**	-	
6. P. igualación	.61**	.53**	.74**	.55**	.67**	-

*Nota:* \*\*  $p < .01$ , \*  $p < .05$ . Elaboración propia.

### 6.3 Análisis complementario:

Con el fin de enriquecer los resultados obtenidos en la presente investigación se vio por conveniente, en primer lugar, realizar un análisis comparativo de la variable de cálculo según sexo y en segundo lugar realizar un análisis comparativo de la variable de resolución de problemas según sexo.

#### **Análisis comparativo de la variable cálculo mental según sexo**

Para contrastar las diferencias en cuanto al cálculo mental de los estudiantes evaluados según el sexo, se empleó la prueba no paramétrica U de Mann Whitney. De acuerdo a los resultados obtenidos en la tabla 28, se aprecia al analizar las medias ( $M$ ) que si bien es cierto a nivel descriptivo las mujeres reportan un ligero mayor rendimiento en cálculo mental en comparación a los varones, dichas diferencias no son estadísticamente significativas ( $p > .05$ ). Se aprecia en la tabla 28 que en el caso del cálculo mental por analogía los hombres rindieron una media de 14.51 y las

mujeres una media de 14.89 y en el cálculo mental por descomposición los hombres rindieron una media de 3.71 y las mujeres una media de 3.83. Por lo tanto, se concluye que el desempeño en el cálculo mental ha sido muy similar tanto en los hombres como en las mujeres, porque ambos se encuentran en el nivel promedio según la media total de los ítems.

Tabla 28

*Comparaciones del cálculo mental según sexo*

Variable	Hombres (n = 129)		Mujeres (n = 96)		U	P	Niveles		
	M	DE	M	DE			b	p	A
Analogía	14.51	5.36	14.89	4.48	6172.5	.97	0-9	10- 16	17- 20
Descomposición	3.71	2.13	3.83	1.96	6047.5	.76	0-2	3-5	6

*Nota:* n (número de participantes), M (media), DE (desviación estándar), b (bajo), p (promedio), a (alto). Elaboración propia.

**Análisis comparativo de la variable resolución de problemas según sexo:**

De igual manera, al comparar la resolución de problemas según el sexo se observa en la tabla 29 que a nivel descriptivo (analizando los promedios) se observa un ligero mayor rendimiento a favor de las mujeres en la resolución de problemas de cambio, de combinar y de igualación; mientras que se aprecia un ligero mayor rendimiento a favor de los hombres en la resolución de problemas de comparar. Sin embargo, estas diferencias no han sido estadísticamente significativas ( $p > .05$ ). Se aprecia en la tabla 29 que en el caso de los problemas de cambio los hombres rindieron una media de 6.57 y las mujeres una media de 6.96, ubicándose en el nivel promedio. También en los problemas de combinar, los hombres presentaron una media de 3.61 y las mujeres una media de 3.63, ubicándose en el nivel promedio. En el caso de los problemas de comparar los hombres obtuvieron una media de 3.67 y las mujeres una media de 3.56, ubicándose en un nivel promedio. Por último, en los problemas de igualación los hombres obtuvieron una media de 3.39 y las mujeres una media de 3.51, ubicándose en el nivel promedio. En ese sentido, el desempeño en la resolución de problemas ha sido muy similar entre los estudiantes hombres y mujeres porque ambos se encuentran en el nivel promedio según la media total de los ítems.

Tabla 29

*Comparaciones de resolución de problema según sexo*

Variable	Hombres (n = 129)		Mujeres (n = 96)		U	Sig.	Niveles		
	M	DE	M	DE			b	p	a
Problemas de cambio	6.57	3.30	6.96	2.94	5844.0	.47	0-4	5-9	10-12
Problemas de combinar	3.61	1.41	3.63	1.43	6102.5	.85	0-2	3-5	6
Problemas de comparar	3.67	1.96	3.56	2.06	6030.5	.73	0-2	3-5	6
Problemas de igualación	3.39	2.37	3.51	2.31	6107.5	.86	0-2	3-5	6

*Nota:* n (número de participantes); M (media); DE (desviación estándar), b (bajo), p (promedio), a (alto). Elaboración propia.

## VII. DISCUSIÓN

La discusión del presente estudio se organiza en base a los siguientes criterios; en primer lugar, se realiza el análisis de las implicancias de los resultados; en segundo lugar, se lleva a cabo la contrastación con investigaciones similares, en tercer lugar, se plantean las limitaciones del estudio y, por último, se brinda el aporte para la comunidad científica.

### **7.1 Análisis de las implicancias de los resultados obtenidos**

Respondiendo a la hipótesis general del presente estudio, se encontró la existencia de una relación positiva y estadísticamente significativa entre el cálculo mental y la resolución de problemas matemáticos, lo que se interpreta que a mayor cálculo mental se asocia fuertemente a una mayor resolución de problemas matemáticos. Esta idea es sustentada también por López (2018) que afirma que el cálculo es una habilidad singular imprescindible para el desarrollo de otras habilidades matemáticas más generales como es el caso de la resolución de problemas.

El Ministerio de Educación del Perú (2016) también propone un enfoque en el área de matemática orientado en la enseñanza – aprendizaje centrado en la resolución de problemas. En su propuesta plantea cuatro competencias: resuelve problemas de cantidad, resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio, resuelve problemas de forma, movimiento y localización y resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre. Para esta investigación se tomó en cuenta la competencia de resuelve problemas de cantidad en donde el estudiante de segundo grado de primaria debe hacer uso de estrategias, procedimientos de estimación y cálculo mental.

En investigaciones del Ministerio de Educación del Perú (2013 a) referidas al desarrollo de la resolución de problemas matemáticos en el aula, la tipología que ha

sido trabajada por la mayoría de docentes es el problema de tipo cambio, y en particular el cambio 1 y 2. El error común se presenta cuando muchos docentes se centran en enfatizar en sus clases la atención a ciertas palabras claves como “más” o “menos” para identificar en el texto la operación de suma o resta y de esta manera tener una estrategia segura para los resolver problemas. Este tipo de didáctica puede causar confusión en los niños debido a una equivocada comprensión del significado de las operaciones aritméticas de adición y sustracción.

Así también, al resolver los diversos tipos de problemas no se debe atender a la palabra clave sino al significado real de la situación, a los datos que presenta el problema y al proceso reflexivo para elegir la estrategia más adecuada para resolver.

Por tal motivo, urge el conocimiento de los maestros sobre la tipología de problemas para que puedan brindar a sus estudiantes más contextos problemáticos para que amplíen su comprensión del significado de la adición y sustracción.

Con respecto al trabajo del cálculo mental McIntosh, Reys y Reys (como se citó en Barrera, Reyes y Mendoza, 2018) sostienen que un estudiante que ejecuta los algoritmos aritméticos tradicionales con precisión puede que no posea un entendimiento completo del sentido numérico y de las operaciones matemáticas, ya que muchos de estos algoritmos son aprendidos de manera mecánica, en contraste de la aplicación de estrategias propias para realizar cálculos mentales. Esta forma cotidiana de trabajar se evidencia en las instituciones educativas peruanas, que se han centralizado en la enseñanza de un solo método para resolver los algoritmos, el cual es el cálculo escrito o tradicional en forma vertical. No se critica este tipo de cálculo, sino que en muchas instituciones educativas solo monopolizan este método, existiendo muchas más estrategias heurísticas de resolver algoritmos.

Concordamos con los resultados obtenidos por Barrera et al. (2018) ya que los estudiantes son capaces de modificar los algoritmos convencionales y proponer nuevas estrategias de resolución empleando el cálculo mental lo que favorece a la autoconfianza y la creatividad.

También cabe resaltar que los estudiantes tienen diferentes ritmos y formas de aprender. Es por este motivo que no es muy beneficioso enseñar un solo método para la totalidad de la clase. Sería pertinente que el docente enseñe a los estudiantes diversas estrategias y ellos elijan la que le parece más sencilla y adecuada a su ritmo. Por eso, esta investigación propone al cálculo mental, como una estrategia más para la resolución de algoritmos de suma y resta. Según Ramírez (2007), el cálculo mental es una estrategia flexible y libre de reglas que fortalece la síntesis, la toma de decisiones y el razonamiento del estudiante. Ramírez plantea dos grandes principios que pueden utilizarse al realizar cálculos dentro del campo aditivo, las cuales han sido consideradas en la creación de la batería de ejercicios de cálculo mental CALCUMATIC que ha sido construida por las autoras del presente estudio. Con respecto al principio de analogía, los estudiantes podrían utilizar esta estrategia y generalizar los cálculos de adición y sustracción con decenas, centenas, millares netas, entre otros; es decir si  $3 + 2$  es 5,  $30 + 20$  es 50 o  $3000 + 2000$  es 5000. Con este cálculo los estudiantes además de resolver los algoritmos con mayor rapidez, estarían comprendiendo el sistema de numeración decimal.

También se puede utilizar este principio al sumar y restar una decena neta con un número de un dígito, es decir si el estudiante sabe que al restar  $10 - 6$  es 4, entonces podrá generalizar que  $80 - 6$  es 74 o  $50 - 6$  es 44. Así el estudiante evitará utilizar el cálculo vertical y los canjes al resolver una operación tan sencilla como en el ejemplo anterior.

Con respecto al principio de descomposición, esta estrategia tiene múltiples usos para resolver operaciones de adición y sustracción, ya que los estudiantes pueden descomponer y agrupar las cifras a calcular de manera más conveniente para ellos. Por ejemplo:  $45 + 36$  puede operarse de varias formas y hallar el mismo resultado,  $40 + 30 + 5 + 6$ ,  $45 + 6 + 30$ ,  $36 + 40 + 5$ ,  $45 + 5 + 31$ , entre otros. Esta estrategia ayuda al estudiante a tener un razonamiento flexible, creativo, el conocimiento de las propiedades de las operaciones y el fortalecimiento de la noción de número y su composición. Concordamos también con Gómez (1995) en la importancia de la

enseñanza del cálculo mental en las escuelas debido a las competencias básicas que desarrolla en los niños en su etapa escolar como la profundización de las estructuras numéricas y las propiedades aritméticas. También el desarrollo de habilidades de atención, concentración, memoria, toma de decisiones y flexibilidad.

Por otro lado, en esta investigación se comprenden el papel importante que cumplen los padres de familia y su respaldo a la educación de sus hijos. Esta idea es sostenida desde hace muchos años por el enfoque socio constructivista, en la cual la ayuda de un adulto en el contexto inmediato al estudiante es importante para elevar el nivel de desarrollo de la persona. También el Minedu en la Ley General de Educación N° 28044 enfatiza la necesidad de la participación de los padres de familia en cuestiones de la escuela.

A pesar de la importancia del papel de las familias, Balarin y Cueto (2008) en su investigación han demostrado la casi nula participación de los padres de familia peruanos en la escuela. Mayormente, la participación de las familias se encuentra presente en el plano administrativo y de infraestructura, pero en muy poca medida en asuntos referidos a los de enseñanza - aprendizaje. Esto es preocupante debido a los bajos resultados en las evaluaciones nacionales e internacionales que presentaron los estudiantes peruanos. Uno de los mayores problemas para este aspecto, y concordamos con este estudio, es que muchos padres desconocen las formas de poder incrementar los logros educativos en sus hijos. Una adecuada práctica pedagógica para potenciar esta participación es la creación de charlas informativas o pequeños talleres que realizan algunas instituciones educativas privadas para padres, en la cual se explica la metodología y/o materiales utilizados en el área de matemática.

Por otra parte, respondiendo a la primera y segunda hipótesis específica, se evidenció que los estudiantes han presentado un nivel promedio según la media total de los ítems evaluados. Estos resultados difieren con lo propuesto en la hipótesis que sostenía que los estudiantes de segundo grado de primaria de instituciones educativas públicas presentarían un nivel medio bajo. Esto se esperaba, debido a que tienen pocas horas pedagógicas en comparación a las instituciones educativas privadas. Y

también es característico que las escuelas nacionales presentan aspectos no favorables como la falta de material didáctico, una infraestructura inadecuada, la excesiva cantidad de estudiantes por salón y el escaso apoyo de los padres de familia en el aprendizaje de sus hijos; a pesar de todo lo mencionado anteriormente, los resultados arrojados fueron favorables, es decir presentaron un nivel promedio, debido probablemente a que se aplicaron las pruebas CALCUMATIC y PROBLEMATIC al final del año escolar, cuando los estudiantes ya han adquirido todas las capacidades que requiere un niño de segundo grado de primaria. Esto significa que el trabajo docente se desarrolló con eficacia y responsabilidad además que durante ese año las escuelas llevaron unos talleres de soporte pedagógico.

Respondiendo a la tercera y cuarta hipótesis específica, se evidenció una relación positiva y significativa entre el cálculo mental por analogía y descomposición y la resolución de problemas matemáticos de cambio. Esto indica que una mayor habilidad para el cálculo mental está asociada fuertemente a una mayor habilidad en la resolución de problemas de cambio. Estos resultados se deben a que los estudiantes lograron una adecuada resolución de los cuatro problemas tipo cambio. En el caso de los problemas tipo cambio 1 se usaron estrategias del cálculo mental en la cual los estudiantes agregaron y avanzaron a la cantidad inicial, la cual crece obteniendo la respuesta final. En este tipo de problema se empleó la adición para su resolución. Por otro lado, en los problemas tipo cambio 2 se usaron estrategias del cálculo mental en la cual los estudiantes disminuyeron la cantidad inicial y esta disminuyó obteniendo la respuesta final. Para este tipo de problema se empleó la sustracción para su resolución. En el caso de los problemas tipo cambio 3 se usaron estrategias de cálculo mental, en la cual los estudiantes conociendo la cantidad inicial y la cantidad final del problema, buscaron la cantidad que aumentaba para identificar el cambio o la transformación de la cantidad inicial, obteniendo así la respuesta al problema. Aquí se empleó la sustracción para la resolución de los problemas. Y, por último, en el caso de los problemas tipo cambio 4 se usaron estrategias de cálculo mental en la cual conociendo la cantidad inicial y la cantidad final del problema que siendo menor que la cantidad inicial se buscó la disminución para identificar el

cambio o la transformación de la cantidad inicial, obteniendo así la respuesta al problema y empleando la sustracción para su resolución.

Respecto a la quinta y sexta hipótesis específica, se evidenció una relación positiva y significativa entre el cálculo mental por analogía y descomposición y la resolución de problemas matemáticos de combinar. Esto indica que una mayor habilidad para el cálculo mental está asociada fuertemente a una mayor habilidad en la resolución de problemas de combinar. Estos resultados se deben a una adecuada resolución de los dos problemas de combinar. En el caso de los problemas de combinar 1 se usaron estrategias del cálculo mental para la resolución de problemas en la cual conociendo las dos partes se preguntó por la respuesta final. En este tipo de problemas se empleó la adición para su resolución. En el caso de los problemas de combinar 2 se usaron estrategias del cálculo mental para la resolución de problemas en la cual conociendo la cantidad total y solo una de sus partes, se busca en la operación identificar la otra parte. En este tipo de problemas se hizo uso de la sustracción para su resolución.

En cuanto a la séptima y octava hipótesis específica, se evidenció una relación positiva y significativa entre el cálculo mental por analogía y descomposición y la resolución de problemas matemáticos de comparar. Esto indica que una mayor habilidad para el cálculo mental está asociada fuertemente a una mayor habilidad en la resolución de problemas de comparar. Estos resultados se deben a una adecuada resolución de los dos problemas de comparar. En ambos problemas de comparar 1 y 2 se usaron estrategias del cálculo mental para la resolución de problemas en el que se usaron la sustracción. Cabe destacar que en los problemas de comparar 1 se conoce las dos cantidades y se pregunta por la diferencia “de más” que tiene la cantidad mayor respecto a la menor y en los problemas de comparar 2 se conoce las dos cantidades y se pregunta por la diferencia “de menos” que tiene la cantidad menor con respecto a la mayor.

Finalmente, en la novena y décima hipótesis específica, se evidenció una relación positiva y significativa entre el cálculo mental por analogía y descomposición y la resolución de problemas matemáticos de igualación. Esto indica que una mayor

habilidad para el cálculo mental está asociada fuertemente a una mayor habilidad en la resolución de problemas de igualación. Estos resultados se deben a un desarrollo pertinente de los dos tipos de problema de igualación. En ambos tipos de problema tipo igualación 1 y 2 se utiliza estrategias del cálculo mental para la resolución de problemas en el que se hace uso de la sustracción. Teniendo en cuenta que en la primera se debe aumentar de la cantidad menor para que sea igual a la mayor y en el segundo tipo se debe disminuir de la cantidad mayor para que sea igual a la menor.

## **7.2 Contrastación con estudios similares**

A pesar de haber realizado una exhaustiva revisión de la literatura científica en base de datos como repositorios de tesis de las universidades PUCP, UNMSM y UMCH, Dialnet, REDALYC, revistas de educación, SciELO, Alicia - Concytec, ERIC, Scribd y EBSCO, no se han encontrado investigaciones similares a las realizadas en el presente estudio, sin embargo, a continuación, se presenta un estudio que se relaciona de manera indirecta a la variable de cálculo mental.

En la investigación realizada por Gálvez et al. (2011), se demostró una correlación positiva y significativa entre el alto rendimiento escolar matemático y un alto rendimiento en cálculo mental desde segundo grado hasta cuarto año de educación básica, lo cual corrobora indirectamente la presente investigación en la cual se halló que existe una relación positiva y estadísticamente significativa entre el cálculo mental y la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de segundo grado de primaria. Es decir, a pesar de haber transcurrido un lustro y de estar dirigida a estudiantes chilenos mientras que en esta investigación se trabajó con estudiantes peruanos, se sigue corroborando los resultados obtenidos, por lo tanto la importancia de considerar al cálculo mental en la currícula a nivel nacional y en la práctica pedagógica de los docentes que muchas veces no la fomentan debido a que requiere mucho tiempo para su evaluación, ya que los estudiantes deben explicar verbalmente su procedimiento de resolución.

Por otro lado, en la misma investigación Gálvez et al. (2011), indica que los países que tienen mejores resultados en las pruebas internacionales de matemática, como

Corea, China, Japón y Singapur; estos países han considerado al cálculo mental dentro de sus estándares, lo cual sustenta que en nuestro sistema educativo también debería ser considerado como una capacidad transversal.

Brissiaud (como se citó en Gálvez et al. 2011) afirma que enseñar el cálculo mental favorece la extensión de redes de relaciones numéricas conocidas y posibilita a los estudiantes que pongan en práctica procedimientos espontáneos; es decir enseñar el cálculo mental contribuye a la comprensión y sentido del número, fortalece las concepciones que tienen los estudiantes sobre los procedimientos del cálculo y cimienta la base para el cálculo aproximado. También el cálculo mental desarrolla el pensamiento creativo y proporciona la independencia en la elección de procedimientos y estrategias que ayudan al desarrollo de capacidades intelectuales, favorecen la concentración y la reflexión.

### **7.3 Limitaciones del estudio**

Como es natural, en el desarrollo del trabajo de investigación han surgido diversas limitaciones.

En primer lugar, nuestra investigación tiene un muestreo no probabilístico, lo cual significa que el presente estudio no tiene validez externa y, por lo tanto, los resultados obtenidos no se pueden extrapolar a la población en general.

Una limitación más fue el no contar con antecedentes actuales que relacionan de manera directa ambas variables en la muestra de estudio a pesar de que se realizó una búsqueda exhaustiva en las bases de datos de los repositorios de tesis de las universidades PUCP, UNMSM y UMCH, Dialnet, REDALYC, revistas de educación, SciELO, Alicia - Concytec, ERIC, Scribd y EBSCO; durante los últimos 10 años, lo cual ha generado que no se puedan realizar mayores contrastaciones con otras investigaciones.

Otra limitación que se encontró en esta investigación es la escases de instrumentos sobre la resolución de problemas matemáticos que evalúan los cuatro tipos de

problemas tanto cambio, comparar, combinar e igualación y de igual manera fue muy difícil encontrar instrumentos que evalúan el cálculo mental siguiendo los lineamientos en base a las dos dimensiones tanto por analogía y por descomposición que estudia la presente investigación. Es por este motivo que fue necesario construir ambos instrumentos siguiendo los protocolos metodológicos que la ciencia exige para hallar las evidencias de las propiedades psicométricas de validez y confiabilidad.

Por otro lado, una limitación más encontrada en la investigación fue la falta de apertura por parte de los directores de las instituciones educativas que se negaron por un lado a brindar facilidades para tener acceso a los estudiantes, o por otro exigieron la condición de que los resultados sean entregados a la institución violando la norma ética de confidencialidad y anonimato, por lo que no se pudo aplicar los instrumentos en dichas instituciones.

#### **7.4 Aporte de la investigación**

Se encontró como principal hallazgo la relación positiva y estadísticamente significativa entre el cálculo mental y la resolución de problemas, lo cual podrá ser utilizado para otros estudios posteriores.

Así mismo se ofrece a la comunidad científica la construcción de los instrumentos elaborados para evaluar la habilidad de cálculo mental (CALCUMATIC) y resolución de problemas matemáticos (PROBLEMATIC), lo cual se constituye en un aporte para la psicometría nacional.

## VIII. CONCLUSIONES

- 1) Existe relación positiva y estadísticamente significativa entre el cálculo mental y la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas, donde a mayor cálculo mental existe mayor resolución de problemas matemáticos.
- 2) Los estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas presentaron un nivel de desempeño promedio en la variable de cálculo mental.
- 3) Los estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas presentaron un nivel de desempeño promedio en la variable de resolución de problemas matemáticos
- 4) Existe relación positiva y significativa entre el cálculo mental por analogía y la resolución de problemas matemáticos de cambio en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas.
- 5) Existe relación positiva y significativa entre el cálculo mental por descomposición y la resolución de problemas matemáticos de cambio en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas.
- 6) Existe relación positiva y significativa entre el cálculo mental por analogía y la resolución de problemas matemáticos de combinar en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas.

- 7) Existe relación positiva y significativa entre el cálculo mental por descomposición y la resolución de problemas matemáticos de combinar en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas.
- 8) Existe relación positiva y significativa entre el cálculo mental por analogía y la resolución de problemas matemáticos de comparar en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas.
- 9) Existe relación positiva y significativa en menor magnitud entre el cálculo mental por descomposición y la resolución de problemas matemáticos de comparar en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas.
- 10) Existe relación positiva y significativa entre el cálculo mental por analogía y la resolución de problemas matemáticos de igualación en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas.
- 11) Existe relación positiva y significativa entre el cálculo mental por descomposición y la resolución de problemas matemáticos de igualación en estudiantes de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas públicas.

## IX. RECOMENDACIONES

- 1) Continuar realizando investigaciones sobre estrategias de cálculo mental porque es una habilidad que propicia el desarrollo de diversas capacidades intelectuales en los estudiantes; pese a ello, es un tema poco investigado en la realidad educativa peruana.
- 2) Se sugiere también seguir realizando investigaciones sobre la tipología de problemas matemáticos en el campo aditivo, ya que es necesario que el docente conozca y diferencie las categorías semánticas de cada tipo de problema para que pueda proponerlas en su programación pedagógica.
- 3) Realizar investigaciones que favorezcan el diseño de instrumentos nacionales de cálculo mental y resolución de problemas matemáticos, que puedan utilizarse en diferentes ciclos de enseñanza en el nivel primario y que respondan a diversas realidades educativas.
- 4) Incluir en la planificación curricular de las escuelas un programa orientado al incremento del cálculo mental y la resolución de problemas matemáticos para poder evidenciar un aumento en el rendimiento académico en los estudiantes.
- 5) Añadir en el programa de capacitación docente temas relacionados a los factores que intervienen en el cálculo mental y la resolución de problemas para garantizar una enseñanza óptima en los estudiantes de segundo grado del nivel primario.

- 6) Implementar en la malla curricular de formación de los futuros docentes, cursos sobre enseñanza de estrategias de cálculo mental con la finalidad de proponer a sus estudiantes diversas formas de resolver operaciones de adición y sustracción.

## REFERENCIAS

- Abad, F., Olea, J., Ponsoda, V. y García, C. (2011). *Medición en ciencias sociales y de la salud*. Madrid: Síntesis.
- American Psychological Association (2010). *Manual de publicaciones de la American Psychological* (Trad. M. Guerra Frías) (3ra. ed.). México D.F.: El Manual Moderno.
- Astola, P., Salvador, A. y Vera, G. (2012). *Efectividad del programa "GPA-RESOL" en el incremento del nivel de logro en la resolución de problemas aritméticos aditivos y sustractivos en estudiantes de segundo grado de primaria de dos instituciones educativas, una de gestión estatal y otra privada del distrito de San Luis* (Tesis de Maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, Perú). Recuperado de [http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/123456789/1702/ASTOLA\\_SALVADOR\\_VERA\\_EFECTIVIDAD\\_PROGRAMA.pdf?sequence=1](http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/123456789/1702/ASTOLA_SALVADOR_VERA_EFECTIVIDAD_PROGRAMA.pdf?sequence=1)
- Baeza, M. (2015). *Estudio comparativo de procesos de resolución de problemas y de juegos de estrategia en educación primaria* (Tesis doctoral, Universidad Autónoma de Barcelona, España). Recuperado de <https://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/402489/mlbt1de1.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Balarin, M. y Cueto, S. (2008). *La calidad de la participación de los padres de familia y el rendimiento infantil en las escuelas públicas peruanas. Niños del milenio*. Lima: Ediciones Nova Print S. A. C.
- Barrera, F., Reyes, A. y Mendoza J. (2018). Estrategias de cálculo mental para sumas y restas desarrolladas por estudiantes de secundaria. *Revista de Educación Matemática*, 30 (3), 122-150. Recuperado de <http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v30n3/1665-5826-ed-30-03-122.pdf>
- Bastiani, M. (2012). *Relación entre comprensión lectora y resolución de problemas matemáticos en estudiantes de sexto grado de primaria de las instituciones educativas públicas del Concejo Educativo Municipal de La Molina* (Tesis

- doctoral). Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Facultad de Educación, Lima, Perú.
- Bisquerra, R. (1989). *Métodos de investigación educativa: Guía práctica*. Barcelona: CEAC.
- Buschiazzo, N., Cattaneo, L., Hinrichsen, S., Filipputti, S. y Lagreca, N. (1997). *Matemática hoy en la E.G.B. ¿Qué enseñar? ¿Cómo? ¿Para qué? Estrategias didácticas*. Buenos Aires: Ediciones Homo Sapiens.
- Cáceres, H. y Menacho, L. (2017). *Aplicación de estrategias de cálculo mental en la resolución de problemas aritméticos verbales aditivos y multiplicativos en los estudiantes del cuarto grado de educación primaria de la institución educativa Tribuno Francisco Mostajo N° 40162 del distrito de Paucarpata* (Tesis de Licenciatura, Universidad Nacional de San Agustín. Facultad de Educación, Arequipa, Perú). Recuperado de <http://repositorio.unsa.edu.pe/handle/UNSA/3597>
- Calvo, M. (2008). Enseñanza eficaz de la resolución de problemas en matemáticas. *Revista de Educación*, 32 (1), 123-138. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/440/44032109.pdf>
- Casaverde, J. y Chavez, G. (2014). *Prueba de resolución de problemas matemáticos - PROBLEMATIC*. Perú.
- Casaverde, J. y Chavez, G. (2014). *Batería de ejercicios de cálculo mental - CALCUMATIC*. Perú.
- Chamorro, M. (2006). *Didáctica de las matemáticas*. Madrid: Pearson Educación.
- Codina, A. y Rivera, A. (2001). Hacia una instrucción basada en la resolución de problemas: los términos problema, solución y resolución. En P. Gómez & L. Rico (Eds.). *Iniciación a la investigación en didáctica de la matemática* (pp.125-135). Granada: Universidad de Granada. Recuperado de: <https://www.uv.es/aprenggeom/archivos2/homenaje/00Indice.PDF>
- Cohen, J. (1992). A power primer. *Psychological Bulletin*, 112 (1), 155-159. doi: <http://dx.doi.org/10.1037/0033-2909.112.1.155>
- Congrains, E. (1984). *El cálculo mental. Supermente*. Lima: Forja Internacional.
- Defior, S. (1996). *Las dificultades de aprendizaje: Un enfoque cognitivo*. Málaga: Aljibe.

- Díaz, M. y Garay, M. (2007). *Relación entre la comprensión lectora y la resolución de problemas del área de Lógico Matemática en estudiantes de quinto y sexto grado de educación primaria de menores* (Tesis para diploma. Pontificia Universidad Católica del Perú). Lima, Perú.
- El Comercio (26 de agosto 2019). Alumnos de segundo grado de primaria tuvieron mayor caída en desempeño escolar. *El Comercio*. Recuperado de <https://elcomercio.pe/peru/alumnos-segundo-grado-primaria-tuvieron-mayor-caida-desempeno-escolar-ecpm-noticia-669113>
- Escurra, L. (1988). Cuantificación de la validez de contenido por criterio de jueces. *Revista de psicología de la PUCP*, 6 (1-2), 103-111. Recuperado de <http://revistas.pucp.edu.pe/index.php/psicologia/article/view/4555/4534>
- Fernández, L (2014). *Cálculo mental* (Tesis de Licenciatura, Universidad de la Rioja, Facultad de Educación, Logroño, España). Recuperado de [https://biblioteca.unirioja.es/tfe\\_e/TFE000726.pdf](https://biblioteca.unirioja.es/tfe_e/TFE000726.pdf)
- Fuentes, V. y Quilcate, L. (2015). *La comprensión lectora y la elección de la operación para la resolución de problemas aritméticos según género en escolares que cursan el 4° grado de primaria en una escuela pública de Huaraz* (Tesis de maestría. Pontificia Universidad Católica del Perú). Lima, Perú.
- Gálvez, G.; Cosmelli, D.; Cubillos, L.; Leger, P.; Mena, A.; Tanter, E.; Flores, X.; Luci, G.; Montoya, S, y Soto-Andrade, J. (2011). Estrategias cognitivas para el cálculo mental. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 14 (1), 9-40. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/335/33519067002.pdf>
- Gómez, B. (1995). Tipología de los errores de cálculo mental: Un estudio en el contexto educativo. *Enseñanzas de las ciencias: Revista de investigación y experiencias didácticas*, 13 (3), 313-325. Recuperado de <https://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/21420/9338>
- Granados, C. (2019). Dificultades de aprendizaje en la utilización de las calculadoras para el desarrollo del cálculo mental en la resolución de problemas aritméticos. *Enfoque Latinoamericano*, 2(1), 57-68. doi: <https://doi.org/10.32012/26195399/rel21201953>

- Hernández, R; Fernández, C. y Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación*. (6ta.ed.). México D.F.: McGraw-Hill Education.
- Hurtado, L. (2018). Relación entre los índices de dificultad y discriminación. *Revista digital de investigación en docencia universitaria*, 12 (1), 273-300. doi: <http://dx.doi.org/10.19083/ridu.12.614>
- Jiménez, J. (2012). *Estrategias del cálculo mental*. Docentes de Navarra, España. Recuperado de <http://docentes.educacion.navarra.es/jjimenei/downloads/estrategiasmental.pdf>
- Kline, R. (1986). *A Handbook of Test construction: Introduction to psychometric design*. London: Methuen.
- López, P. (2018). Sugerencias metodológicas para el desarrollo de la habilidad de cálculo matemático en la escuela primaria. *Opuntia Brava*, 10(3), 166-174. Recuperado de <https://doi.org/https://doi.org/10.35195/ob.v10i3.549>
- Mayer, R. (1986). *Pensamiento, resolución de problemas y cognición*. España: Paidós.
- Lozano, M. y Turbany, J. (2013). Validez. En Meneses, J. (Coord.), *Psicometría*. (pp.141-197). Barcelona: UOC.
- Ministerio de Educación del Perú (2013 a). *¿Cómo mejorar el aprendizaje de nuestros estudiantes en Matemáticas?* Informe para el docente. Lima: Autor. Recuperado de <http://umc.minedu.gob.pe/wpcontent/uploads/2014/03/Informe-Docente-MA-17-06-WEB.pdf>
- Ministerio de Educación del Perú (2013 b). *Hacer uso de saberes matemáticos para afrontar desafíos diversos, Fascículo 2*. Las rutas del aprendizaje. Lima: Autor. Recuperado de [http://www.minedu.gob.pe/n/xtras/fasciculo\\_general\\_matematica.pdf](http://www.minedu.gob.pe/n/xtras/fasciculo_general_matematica.pdf)
- Ministerio de Educación del Perú (2016). *Diseño curricular Nacional de la Educación básica regular*. Lima: Autor. Recuperado de <http://www.minedu.gob.pe/normatividad/reglamentos/DisenoCurricularNacional.pdf>

- Núñez, M. (2007). Las variables: estructura y función en la hipótesis. *Revista de investigación educativa de la UNMSM*, 11 (20), 163 – 179. Recuperado de <http://revistasinvestigacion.unmsm.edu.pe/index.php/educa/article/viewFile/4785/3857>
- Ortiz, M. y Ortega, T. (2009). *Cálculo mental, Primer ciclo de educación primaria*. Badajoz. España: @becedario. Recuperado de <http://www.seiem.es/docs/educacion/CM1ciclocompleto.pdf>
- Ortiz, M. (2014). *Cálculo mental en el aula*. Madrid: Central catequística Salesiana.
- Pardo, A., Ruiz, M. A. y San Martín, R. (2010). *Análisis de datos en ciencias sociales y de la salud I* (2ª ed.). Madrid: Síntesis.
- Parra, C. y Saiz, I. (1993). *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones. “Cálculo mental en la escuela primaria”*. Buenos Aires: Paidós educador.
- Parra, C. y Saiz, I. (2007). *Enseñar aritmética a los más chicos*. Santa Fe: Homo Sapiens.
- Pereda, L. (1985). *Matemáticas – Ciclo medio de E.G.B. Didáctica del cálculo mental*. Bilbao, España: Colección Magisterio. Derio.
- Polya, G. (1989). *¿Cómo plantear y resolver problemas?* México DF: Trillas. Recuperado de <http://www.ingverger.com.ar/ver-polya-resolucion-problemas.asp>
- Prieto, G. y Delgado, A. (2010). Fiabilidad y validez. *Papeles del Psicólogo*, 31 (1), 67-74. Recuperado de <http://www.papelesdelpsicologo.es/pdf/1797.pdf>
- Puig, L. y Cerdán, F (1988). *Estructura de los problemas matemáticos*. Universidad de Valencia-España. Recuperado de <http://www.uv.es/puigl/lpae3.pdf>
- Ramírez, M. (2007). *Estrategias didácticas para una enseñanza de la Matemática centra en la resolución de problemas: El caso de los estudiantes de Didáctica de las matemáticas III* (Tesis de doctorado. Universidad Nacional Mayor de San Marcos), Lima, Perú.
- Ramos, H., Trujillo, D. y Valdívía, K. (2013). *Elaboración de la prueba Mathkou para estudiantes de sexto grado de primaria de Lima Metropolitana* (Tesis de maestría. Pontificia Universidad Católica del Perú). Lima, Perú.

- Roque, J. (2009). *Influencia de la enseñanza de la matemática basada en la resolución de problemas en el mejoramiento del rendimiento académico* (Tesis de maestría. Universidad Nacional Mayor de San Marcos). Lima, Perú.
- Ruiz, D. y García, M. (2003). El lenguaje como mediador en el aprendizaje de la aritmética en la primera etapa de Educación Básica. *Educere La Revista Venezolana de Educación*, 23(7), 321-327. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/356/35602302.pdf>
- Salgado-Lévano, C. (2018). *Manual de Investigación: Teoría y práctica para hacer la tesis según la metodología cuantitativa*. Lima: Fondo Editorial de la Universidad Marcelino Champagnat.
- Segovia, I. y Castro, E. (2009). La estimación en el cálculo y en la medida: fundamentación curricular e investigaciones desarrolladas en el Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. *Revista Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 7 (1), 17. Recuperado de <http://www.investigacion-psicopedagogica.org/revista/new/ContadorArticulo.php?329>
- Tabares, L. (2018). *Proyecto de aula para la enseñanza de la resolución de problemas con operaciones básicas a partir del aula taller de matemáticas* (Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Ciencia, Medellín, Colombia). Recuperado de <http://bdigital.unal.edu.co/72061/1/43919495.2018.pdf.pdf>
- Toboso, J. (2004). *Evaluación de las habilidades cognitivas en la resolución de problemas matemáticos* (Tesis de doctorado. Universidad de Valencia-España). Recuperado de <https://www.tesisenred.net/handle/10803/10090>
- Torres, C. (2018). *Aplicación de estrategias lúdicas para el desarrollo de cálculo mental, en alumnas y alumnos del tercer grado de educación secundaria (EBR) de la institución educativa particular “Jean Piaget”* (Tesis de maestría, Universidad Nacional de San Agustín). Arequipa, Perú. Recuperado de <http://repositorio.unsa.edu.pe/bitstream/handle/UNSA/5978/EDMtochc.pdf?sequence=1>

- Vallés, A. (1998). *Dificultades de aprendizaje e intervención psicopedagógica*. Valencia: Promolibro.
- Yamamoto, R. (2011). *Estrategias de Metacomprensión lectora y resolución de problemas Matemáticos textuales en alumnos de Séptimo grado del colegio Internacional Hiram Bingham* (Tesis de maestría. Universidad Marcelino Champagnat). Lima, Perú.

## **Apéndices**

## APÉNDICE A

### FICHA DE EVALUACIÓN DE LA PRUEBA PROBLEMÁTICA

Estimado profesor/a:

Marque si cada uno de los ítems que conforman el instrumento corresponde al indicar y dimensión presentados. Para aquellos que no, por favor especifique en la parte de comentarios el porqué.

**T.A:** Totalmente de acuerdo

**A:** De acuerdo

**D:** En desacuerdo

**T.D:** Totalmente en desacuerdo

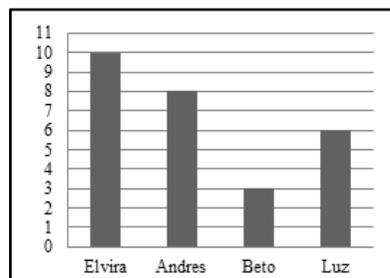
VARIABLE	INDICADOR	DIMENSIÓN	ITEM	Valoración				COMENTARIO
				T.A	A	D	T.D	
<b>RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS</b>	<b>PROBLEMAS DE CAMBIO</b>	<b>CAMBIO 1</b>	1. María tiene 23 caramelos, su mamá le regala 17 más. ¿Cuántos caramelos tiene ahora? a) 40 caramelos. b) 6 caramelos. c) 37 caramelos					
			2. Pedro tiene 25 canicas. Gana 10 canicas más. ¿Cuántas canicas tiene ahora? a) 30 canicas. b) 15 canicas. c) 35 canicas.					
			3. José tiene 6 chompas. Luego compra 23 chompas más. ¿Cuántas chompas tiene en total? a) 17 chompas. b) 29 chompas. c) 26 chompas.					
			4. Nicolás tiene 23 soles, su tío le da 50 soles más. ¿Cuánto dinero tiene en total? a) 73 soles. b) 33 soles. c) 27 soles.					
			5. Pamela tiene 9 botellas para reciclar. Luego recolecta 30 botellas más. ¿Cuántas botellas tiene ahora? a) 21 botellas. b) 30 botellas. c) 39 botellas					



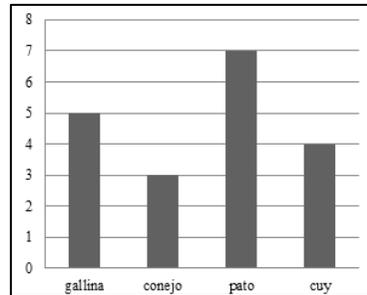
VARIABLE	INDICADOR	DIMENSIÓN	ITEM	Valoración				COMENTARIO
				T.A	A	D	T.D	
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	PROBLEMAS DE CAMBIO	CAMBIO 4	<p>28. Doris preparó 26 gelatinas y repartió algunas a sus vecinas. Ahora tiene 16 gelatinas. ¿Cuántas repartió?</p> <p>a) 16 gelatinas. b) 10 gelatinas. c) 42 gelatinas.</p>					
			<p>29. María tiene 14 semillas. Sembró algunas en su huerto y ahora le quedan 6 semillas. ¿Cuántas semillas sembró en su huerto?</p> <p>a) 8 semillas. b) 20 semillas c) 12 semillas</p>					
			<p>30. Maritza compró 80 botellas de agua. Repartió algunas botellas en el quiosco de la escuela y ahora sólo tiene 20. ¿Cuántas botellas repartió al quiosco de la escuela?</p> <p>a) 100 botellas. b) 50 botellas. c) 60 botellas.</p>					
			<p>31 Roxana preparó 56 panes. Repartió algunos panes a sus vecinos y ahora sólo le quedan 20. ¿Cuántos panes repartió?</p> <p>a) 76 panes. b) 36 panes. c) 30 panes.</p>					
			<p>32. Tenía 43 pajaritos. Rosita se olvidó de cerrar la jaula y se escaparon algunos pajaritos y ahora me quedan 18. ¿Cuántos pajaritos se escaparon?</p> <p>a) 35 pajaritos. b) 61 pajaritos. c) 25 pajaritos.</p>					

VARIABLE	INDICADOR	PROBLEMA	DIMENSIÓN	ITEM	Valoración				COMENTARIO
					A	D	T.D	T.D	
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	PROBLEMAS DE COMBINACIÓN	PROBLEMAS DE COMBINACIÓN 1	33. Tengo 45 soles, compro una muñeca y recibo 10 soles. ¿Cuánto me costó la muñeca?					
				39. Euelto Galisteo ha comprado 40 pavos y 60 ántas. ¿Cuántas aves hay en el gallinero? a) 27 aves. b) 83 soles. c) 33 soles.					
				40. Juan infló 47 globos. Se le reventaron algunos y ahora le quedan 18. ¿Cuántos globos se reventaron?					
				41. En un estante hay 40 milímetros y 21 diccionarios. ¿Cuántos libros hay?					
				42. En mi jardín hay 60 flores, 40 son rosas y el resto tulipanes. ¿Cuántos tulipanes hay?					
				43. Hay 26 aves entre patos y pollos. Si los patos son 14. ¿Cuántos pollos hay?					
				44. Manuel tiene 8 trompos. ¿Cuántos juguetes tienen en total? a) 17 juguetes. b) 35 juguetes. c) 23 juguetes.					
				45. En total hay 18 cuantos, 5 están afuera de la caja y el resto está dentro de la caja. ¿Cuántos cuantos están dentro de la caja? a) 13 cuantos. b) 23 cuantos. c) 20 cuantos.					
				46. La señora Martha compró 23 alcachofas y 10 papas. ¿Cuántas verduras compró en total? a) 13 verduras. b) 33 verduras. c) 23 verduras.					
				47. Hola soy Rodrigo, el Veterinario. Durante todo el día atendí a 29 animales entre perros y gatos. Si cure a 7 gatos. ¿Cuántos fueron los perros?					
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	PROBLEMAS DE COMBINACIÓN 2	PROBLEMAS DE COMBINACIÓN 2	33. Un grupo de niños va a un picnic y van en 10 camiones y 30 autobuses. a) ¿Cuántos niños van en bicicleta? ¿Cuántos niños van en bicicleta? b) ¿Cuántos niños van en bicicleta? ¿Cuántos niños van en bicicleta? c) ¿Cuántos niños van en bicicleta? ¿Cuántos niños van en bicicleta?					
				47. Hay 13 papas y 14 son de queso y 14 son de carne. ¿Cuántas papas hay en total? a) 13 papas. b) 13 papas. c) 13 papas.					
				48. El restaurante de don Juan vende 25 platos de carne y 12 platos de pollo. Si los platos de pollo son 12. ¿Cuántos platos de carne vende? a) 13 platos de carne. b) 13 platos de carne. c) 13 platos de carne.					
				49. En un estante hay 27 personas. Si 10 personas van en autobús y 17 van en bicicleta. ¿Cuántas personas van en bicicleta? a) 17 personas. b) 17 personas. c) 17 personas.					
				50. En un estante hay 27 personas. Si 10 personas van en autobús y 17 van en bicicleta. ¿Cuántas personas van en bicicleta? a) 17 personas. b) 17 personas. c) 17 personas.					
				51. En un estante hay 27 personas. Si 10 personas van en autobús y 17 van en bicicleta. ¿Cuántas personas van en bicicleta? a) 17 personas. b) 17 personas. c) 17 personas.					
				52. En un estante hay 27 personas. Si 10 personas van en autobús y 17 van en bicicleta. ¿Cuántas personas van en bicicleta? a) 17 personas. b) 17 personas. c) 17 personas.					
				53. En un estante hay 27 personas. Si 10 personas van en autobús y 17 van en bicicleta. ¿Cuántas personas van en bicicleta? a) 17 personas. b) 17 personas. c) 17 personas.					
				54. En un estante hay 27 personas. Si 10 personas van en autobús y 17 van en bicicleta. ¿Cuántas personas van en bicicleta? a) 17 personas. b) 17 personas. c) 17 personas.					
				55. En un estante hay 27 personas. Si 10 personas van en autobús y 17 van en bicicleta. ¿Cuántas personas van en bicicleta? a) 17 personas. b) 17 personas. c) 17 personas.					





VARIABLE	INDICADOR	DIMENSIÓN	ITEM	Valoración				COMENTARIO
				T.A	A	D	T.D	
CLASIFICACIÓN DE PROBLEMAS	TIPOS DE COMPARACIÓN	COMPARACIÓN 2	68. La señora Rita prepara en su restaurante 34 tamales de pollo y 24 tamales de chancho. ¿Cuántos tamales de chancho menos que tamales de pollo prepara la señora Rita? a) 10 tamales. b) 11 tamales. c) 12 tamales.					
			69. María tiene 13 años y Jaime 5, ¿Cuántos años tiene Jaime menos que María? a) 8 años. b) 18 años. c) 10 años.					
			70. Observa y responde: ¿Cuántas gallinas menos que patos hay en la granja?  <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;">           Animales de la granja         </div>					



VARIABLE	INDICADOR	DIMENSIÓN	ITEM	Valoración				COMENTARIO
				T.A	A	D	T.D	
LUCIÓN DE PROBLEMAS	EMAS DE COMPARACIÓN	COMPARACIÓN 3	72. Jaime tiene 15 años y María 8 más que él, ¿Cuántos años tiene María? a) 7 años. b) 13 años. c) 23 años.					
			73. Fátima tiene 54 lápices. Gonzalo tiene 3 lápices más que Fátima. ¿Cuántos lápices tiene Gonzalo? a) 51 lápices. b) 57 lápices. c) 50 lápices.					
			74. Juana tiene 3 carritos. Pedro tiene 5 carritos más que Juana. ¿Cuántos carritos tiene Pedro? a) 2 carritos. b) 8 carritos. c) 18 carritos.					
			75. Mi papá tiene 8 camisas. Mi tío tiene 10 camisas más que mi papá. ¿Cuántas camisas tiene mi tío? a) 18 camisas. b) 10 camisas.					

VARIABLE	INDICADOR	DIMENSIÓN	ITEM	Valoración				COMENTARIO
				T.A	A	D	T.D	
IGUALACIÓN DE PROBLEMAS	TEMAS DE IGUALACIÓN	IGUALACIÓN 1	78. En un sorteo Pablo saca 19 bolas y Susana 13. ¿Cuántas bolas más tendrá que sacar Susana para tener igual número que Pablo? a) 32 bolas. b) 23 bolas. c) 6 bolas.					
			79. Un albañil trabaja 12 horas cada día y un carpintero 8 horas. ¿Cuántas horas más tendrá que trabajar el carpintero para trabajar igual número que el albañil? a) 4 horas. b) 20 horas. c) 24 horas.					
			80. Lidia recorre en bicicleta 32 km. y Sonia 27 km. ¿Cuántos km más tendrá que recorrer Sonia para haber recorrido igual número que Lidia? a) 95 Km. b) 59 km. c) 5 Km.					

VARIABLE	INDICADOR	DIMENSIÓN	ITEM	Valoración				COMENTARIO	
				T.A	A	D	T.D		
CIÓN DE PROBLEMAS	EMAS DE IGUALACIÓN	IGUALACIÓN 1	83. María tiene 13 cromos y Jaime 5. ¿Cuántos tiene que conseguir Jaime para tener tantos como María? a) 18 cromos. b) 8 cromos. c) 5 cromos.						
			84. Juan tiene 35 bolitas. Pedro tiene 8 bolitas. ¿Cuántas bolitas tiene que ganar Juan para tener las mismas que Pedro? a) 27 bolitas. b) 43 bolitas. c) 34 bolitas.						
			85. Rafael tiene 8 soles y quiere comprar el queque de coco. ¿Cuántos soles le falta para tener lo que cuesta el pastel? <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p style="text-align: center;"><b>PASTELERÍA "ME GUSTA"</b></p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: left;"><i>Producto</i></th> <th style="text-align: left;"><i>Precio</i></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>• Bizcocho</td> <td>S/. 16</td> </tr> </tbody> </table> </div>	<i>Producto</i>	<i>Precio</i>	• Bizcocho	S/. 16		
<i>Producto</i>	<i>Precio</i>								
• Bizcocho	S/. 16								

LUCIÓN DE PROBLEMAS	BLEMAS DE IGUALACIÓN	IGUALACIÓN 2	87 Marcos tiene 71 nuevos soles. Raquel tiene 20 nuevos soles. ¿Cuántos nuevos soles tendría que perder Marcos para que tenga los mismos que Raquel? a) 91 nuevos soles. b) 51 nuevos soles. c) 20 nuevos soles.					
			88. Joaquín tiene 39 empanadas y Mauricio tiene 33 empanadas. ¿Cuántas empanadas le falta comer a Joaquín para tener tantas empanadas como Mauricio? a) 12 empanadas. b) 6 empanadas. c) 3 empanadas.					
			89. Mario tiene 12 canicas y Luis tiene 6 canicas. ¿Cuántas canicas tendría que regalar Mario para tener tantas canicas como Luis? a) 6 canicas. b) 18 canicas. c) 12 canicas.					
			90. Mi amigo Juan pesa 36 kilos y mi hermana Verónica pesa 40 kilos. ¿Cuántos kilos debe bajar Verónica para tener el mismo peso que Juan? a) 4 kilos.					

	<b>PROBLEMAS DE IGUALACIÓN</b>	<b>IGUALACIÓN 2</b>	<p>93. Sara tiene 29 lápices. Jacky tiene 24 lápices. ¿Cuántos lápices le tienen que dar a Jacky para tener la misma cantidad que Sara?</p> <p>a) 5 lápices. b) 13 lápices. c) 31 lápices</p>					
			<p>94. Milagros compra 14 manzanas y Tania compra 6 manzanas. ¿Cuántas manzanas tendría que regalar Milagros para tener tantas manzanas que Tania?</p> <p>a) 20 manzanas. b) 8 manzanas. c) 14 manzanas.</p>					

## APÉNDICE B

### FICHA DE EVALUACIÓN GLOBAL DEL INSTRUMENTO PROBLEMATIC

Apreciado Profesor/a:

Por favor responda si el instrumento de investigación, el cual está usted evaluado como juez, cumple con los siguientes requisitos abajo descritos. De responder de manera negativa a algunos de ellos, le pedimos especifique en comentarios el porqué.

CRITERIOS	SI	NO	COMENTARIO
1. Si el instrumento contribuye a lograr el objetivo de la investigación.			

2. Si las instrucciones son fáciles de seguir.			
3. Si el instrumento está organizado en forma lógica.			
4. Si el lenguaje utilizado es apropiado para el público al que va dirigido.			
5. Si existe coherencia entre las variables, indicadores e ítems.			
6. Si las alternativas de respuestas son las apropiadas.			
7. Si las puntuaciones asignadas a las respuestas son las adecuadas.			
8. (*) Si considera que los ítems son suficientes para medir el indicador.			
9. (*) Si considera que los indicadores son suficientes para medir la variable a investigar.			
10. (*) Si considera que los ítems son suficientes para medir la variable.			

(\*) Se responderán en función a como esté conformado el instrumento de investigación.

## APÉNDICE C

### CONSENTIMIENTO INFORMADO DEL ESTUDIO PILOTO

El propósito de esta ficha de consentimiento, es dar una clara explicación a los padres de familia sobre la naturaleza de la investigación y el rol que su menor hijo(a) tendrá en ella como participante.

La presente investigación es conducida por Gissella Chavez Mejía y Jianina Casaverde Flores de la Universidad Marcelino Champagnat. La meta de este estudio es determinar la relación entre el cálculo mental y la resolución de problemas matemáticos.

Si usted accede a que su menor hijo(a) participe en este estudio, se le pedirá resolver dos pruebas, la primera es un cuestionario que consta de 64 ítems de resolución de problemas. Esto tomará aproximadamente 80 minutos divididos en dos partes. Y la segunda prueba es una batería de ejercicios sobre cálculo mental que consta de 40 ítems. Esto tomara aproximadamente 14 minutos.

La participación de su menor hijo(a) en este estudio es estrictamente voluntaria. Así mismo la información que se recoja será confidencial y no se usará para ningún otro propósito fuera de los de esta investigación. Las respuestas que su menor hijo(a) dará serán codificadas usando un número de identificación y por lo tanto, serán anónimas. Una vez transcritas las respuestas, los cuestionarios se destruirán.

Si usted o su menor hijo(a) tienen alguna duda, pueden hacer preguntas en cualquier momento durante su participación. Igualmente, su hijo(a) puede retirarse de la investigación en cualquier momento sin que eso lo perjudique en ninguna forma. Si su hijo(a) considera que las preguntas realizadas son incómodas, el (ella) tiene derecho de no responderlas y de hacérselo saber las investigadoras.

De tener preguntas sobre la investigación y del rol que cumplirá su menor hijo(a) durante su participación en este estudio, puede contactar a Jianina Casaverde Flores al correo [x\\_to11@hotmail.com](mailto:x_to11@hotmail.com)

Desde ya le agradecemos que autorice la participación de su hijo(a).

---

Gissella Chavez Mejia

---

Jianina Casaverde Flores

---

Acepto que mi menor hijo(a) participe voluntariamente en esta investigación, conducida por Gissella Chavez Mejía y Jianina Casaverde Flores de la Universidad Marcelino Champagnat informado(a) de que la meta de este estudio determinar la relación entre el cálculo mental y la resolución de problemas matemáticos.

Me han indicado también que mi menor hijo(a) responderá un cuestionario que consta de 40 preguntas. Lo cual tomará aproximadamente 80 minutos divididos en dos partes y una batería de ejercicios sobre cálculo mental que consta de 40 ítems. Esto tomará aproximadamente 14 minutos.

Reconozco que la información que mi menor hijo(a) brinde en esta investigación es estrictamente confidencial y no será usada para ningún otro propósito fuera de los de este estudio sin mi consentimiento. He sido informado(a) que yo o mi menor hijo(a) podemos hacer preguntas sobre la investigación en cualquier momento y mi hijo(a) se puede retirar de la misma cuando así lo decida, sin que esto genere perjuicio alguno para su persona.

Entiendo que puedo pedir información sobre esta investigación, para lo cual puedo contactar a Jianina Casaverde Flores, al correo [x\\_to11@hotmail.com](mailto:x_to11@hotmail.com).

---

Nombre del Padre de familia  
Fecha

---

Firma del Padre

## APÉNDICE D

### ASENTIMIENTO INFORMADO DEL ESTUDIO PILOTO

Vamos a realizar un estudio para evaluar el desempeño en la resolución de problemas matemáticos y de cálculo mental. Te pedimos que nos ayudes resolviendo dos cuestionarios.

Si aceptas estar en nuestro estudio, te haremos resolver 64 problemas de matemáticos y 40 operaciones de cálculo mental.

Puedes hacer preguntas las veces que quieras en cualquier momento del estudio. Además, si decides que no quieres terminar de resolver los problemas, puedes detenerte cuando lo desees. Nadie puede enojarse o enfadarse contigo si decides que no quieres continuar. Recuerda, que estas preguntas nos ayudaran a obtener un panorama sobre tu habilidad al resolver problemas matemáticos y operaciones de adición y sustracción por cálculo mental.

Si firmas este papel quiere decir que lo leíste, o alguien te lo leyó y que quieres estar en el estudio. Si no quieres estar en el estudio, no lo firmes. Recuerda que tú decides estar en el estudio y nadie se puede enojar contigo si no firmas el papel o si cambias de idea y después de empezar a responder el cuestionario, te quieres retirar.

---

Nombre del participante del estudio

Fecha \_\_\_\_\_

## APÉNDICE E

### SONDEO DE LA PRUEBA PROBLEMATIC

Ayúdanos a mejorar el cuestionario que acabas de responder, para ello nos gustaría conocer tus opiniones. Te pedimos que respondas las siguientes preguntas:

1. ¿Qué te ha parecido el cuestionario de resolución de problemas matemáticos “PROBLEMATIC”? Marca con un aspa en los paréntesis.

- a. Fácil                      SI ( )    NO ( )
- b. Difícil                     SI ( )    NO ( )
- c. Aburrido                 SI ( )    NO ( )
- d. Complicado             SI ( )    NO ( )

2. ¿Alguna pregunta te fue difícil o no pudiste entender? Dinos qué número fue.

.....  
.....  
.....  
.....

3. ¿Qué sugerencias darías para mejorar este cuestionario?:

.....  
.....  
.....

¡MUCHAS GRACIAS!



## APÉNDICE F

### FICHA DE EVALUACIÓN DE LA BATERÍA DE EJERCICIOS DE CÁLCULO MENTAL “CALCUMATIC”

Estimado profesor/a:

Marque si cada uno de los ítems que conforman el instrumento corresponde al indicador y dimensión presentados.

Para aquellos que no, especifique en comentarios el por qué.

**T.A:** Totalmente de acuerdo **A:** De acuerdo **D:** En desacuerdo **T.D:** Totalmente en desacuerdo

VARIA BLE	INDICA DOR	DIMENSIÓN	ITEM	Valoración				COMENTARIO
				T.A	A	D	T.D	
<b>CÁLCULO MENTAL</b>	<b>Principio de analogía</b>	<b>NUMERO DE DOS CIFRAS Y UN DIGITO</b>	9 + 30 =					
			20 + 4 =					
			40 + 8 =					
			23 + 6 =					
			24 - 4 =					
			48 - 8 =					
			16 - 3 =					
			15 - 5 =					
			38 - 4 =					
		<b>DECENAS NETAS</b>	20 + 50 =					
			30 + 40 =					
			80 - 30 =					
			70 - 40 =					
		<b>DECENA NETA Y NÚMERO DE DOS CIFRAS</b>	25 + 10 =					
			23 + 50 =					
			50 + 13 =					
			60 + 36 =					
			40 + 22 =					
			56 - 20 =					
			47 - 40 =					
			23 - 10 =					
35 - 20 =								

VARIABLE	INDICADOR	DIMENSIÓN	ITEM	Valoración				COMENTARIO
				T.A	A	D	T.D	
CÁLCULO MENTAL	Principio de analogía	NÚMEROS DE DOS DIGITOS SIN PASAR LA DECENA	25 + 34 =					
			43 + 26 =					
			35 + 24 =					
			62 + 27 =					
			31 + 43 =					
			39 - 14 =					
			67 - 36 =					
			49 - 39 =					
			29 - 12 =					
	Principio de descomposición	NÚMEROS DE DOS CIFRAS Y UN DÍGITO PASANDO LA DECENA	13 - 5 =					
			15 - 8 =					
			12 - 8 =					
			35 - 8 =					
			14 - 6 =					
			57 + 5 =					
			29 + 4 =					
			12 + 9 =					
			48 + 6 =					
	NÚMEROS DE CIFRAS PASANDO LA DECENA	NÚMEROS DE DOS CIFRAS PASANDO LA DECENA	18 - 15 =					
			19 - 13 =					
			52 - 34 =					
			85 - 26 =					
			36 + 45 =					
			28 + 47 =					

## APÉNDICE G

### FICHA DE EVALUACIÓN GLOBAL DEL INSTRUMENTO CALCUMATIC

Apreciado Profesor/ar:

Por favor responda si el instrumento de investigación, el cual está usted evaluando como juez, cumple con los siguientes requisitos abajo descritos. De responder de manera negativa a algunos de ellos, especifique en comentarios el porqué.

<b>CRITERIOS</b>	<b>SI</b>	<b>NO</b>	<b>COMENTARIO</b>
1. Si el instrumento contribuye a lograr el objetivo de la investigación.			
2. Si las instrucciones son fáciles de seguir.			
3. Si el instrumento está organizado en forma lógica.			
4. Si existe coherencia entre las variables, indicadores e ítems.			
5. Si las puntuaciones asignadas a las respuestas son las adecuadas.			
6. (*) Si considera que los ítems son suficientes para medir el indicador.			
7. (*) Si considera que los indicadores son suficientes para medir la variable a investigar.			
8. (*) Si considera que los ítems son suficientes para medir la variable.			

(\*) Se responderán en función a como esté conformado el instrumento de investigación.

## APÉNDICE H

### SONDEO DE CALCUMATIC

Ayúdanos a mejorar el cuestionario que acabas de realizar, para ello nos gustaría conocer tus opiniones. Te pedimos que marques con un aspa “X” en cada pregunta y en la última pregunta nos escribas tus comentarios:

1. ¿Qué te ha parecido el cuestionario de cálculo mental “CALCUMATIC”?

a. Fácil                      SI ( )      NO ( )

b. Difícil                     SI ( )      NO ( )

c. Aburrido                 SI ( )      NO ( )

d. Complicado              SI ( )      NO ( )

2. ¿Requieres más tiempo para desarrollar ejercicios de cálculo mental?

SI ( )

NO ( )

3. ¿Qué sugerencias darías para mejorar este cuestionario?

.....  
.....  
.....

¡MUCHAS GRACIAS!



## APÉNDICE I

### CONSENTIMIENTO INFORMADO

La presente investigación es conducida por Gissella Chavez Mejía y Jianina Casaverde Flores de la Universidad Marcelino Champagnat. La meta de este estudio es verificar las habilidades en la resolución de problemas matemáticos y cálculo mental.

Si usted accede a que su menor hijo(a) participe en este estudio, se le pedirá resolver dos pruebas, la primera es un cuestionario que consta de 30 ítems de resolución de problemas. Esto tomará aproximadamente 60 minutos divididos en dos partes. Y la segunda prueba es una batería de ejercicios sobre cálculo mental que consta de 24 ítems. Esto tomara aproximadamente 15 minutos.

La participación de su menor hijo(a) en este estudio es estrictamente voluntaria. Así mismo la información que se recoja será confidencial y no se usará para ningún otro propósito fuera de los de esta investigación. Las respuestas que su menor hijo(a) dará serán codificadas usando un número de identificación y, por lo tanto, serán anónimas. Una vez transcritas las respuestas, los cuestionarios se destruirán.

Si usted o su menor hijo(a) tienen alguna duda, pueden hacer preguntas en cualquier momento durante su participación. Igualmente, su hijo(a) puede retirarse de la investigación en cualquier momento sin que eso lo perjudique en ninguna forma. Si su hijo(a) considera que las preguntas realizadas son incómodas, el (ella) tiene derecho de no responderlas y de hacérselo saber las investigadoras.

De tener preguntas sobre la investigación y del rol que cumplirá su menor hijo(a) durante su participación en este estudio, puede contactar a Jianina Casaverde Flores al correo [x\\_tol1@hotmail.com](mailto:x_tol1@hotmail.com)

Desde ya le agradecemos que autorice la participación de su hijo(a).

---

Gissella Chavez Mejia

---

Jianina Casaverde Flores

---

Acepto que mi menor hijo(a) participe voluntariamente en esta investigación, conducida por Gissella Chavez Mejía y Jianina Casaverde Flores de la Universidad Marcelino Champagnat informado(a) de que la meta de este estudio es verificar las habilidades en la resolución de problemas matemáticos y cálculo mental.

Me han indicado también que mi menor hijo(a) responderá un cuestionario que consta de 30 ítems de resolución de problemas. Esto tomará aproximadamente 60 minutos divididos en dos partes. Y la segunda prueba es una batería de ejercicios sobre cálculo mental que consta de 26 ítems. Esto tomara aproximadamente 15 minutos.

Reconozco que la información que mi menor hijo(a) brinde en esta investigación es estrictamente confidencial y no será usada para ningún otro propósito fuera de los de este estudio sin mi consentimiento. He sido informado(a) que yo o mi menor hijo(a) podemos hacer preguntas sobre la investigación en cualquier momento y mi hijo(a) se puede retirar de la misma cuando así lo decida, sin que esto genere perjuicio alguno para su persona.

Entiendo que puedo pedir información sobre esta investigación, para lo cual puedo contactar a Jianina Casaverde Flores, al correo [x\\_to11@hotmail.com](mailto:x_to11@hotmail.com).

---

Nombre del Padre de familia

Fecha

---

Firma del Padre

## APÉNDICE J

### ASENTIMIENTO INFORMADO

Vamos a realizar un estudio para evaluar el desempeño en la resolución de problemas matemáticos y de cálculo mental. Te pedimos que nos ayudes resolviendo dos cuestionarios.

Si aceptas estar en nuestro estudio, te haremos resolver 30 problemas de matemáticos y 26 operaciones de cálculo mental.

Puedes hacer preguntas las veces que quieras en cualquier momento del estudio. Además, si decides que no quieres terminar de resolver los problemas, puedes detenerte cuando lo desees. Nadie puede enojarse o enfadarse contigo si decides que no quieres continuar. Recuerda, que estas preguntas nos ayudaran a obtener un panorama sobre tu habilidad al resolver problemas matemáticos y operaciones de adición y sustracción por cálculo mental.

Si firmas este papel quiere decir que lo leíste, o alguien te lo leyó y que quieres estar en el estudio. Si no quieres estar en el estudio, no lo firmes. Recuerda que tú decides estar en el estudio y nadie se puede enojar contigo si no firmas el papel o si cambias de idea y después de empezar a responder el cuestionario, te quieres retirar.

---

Nombre del participante del estudio

Fecha \_\_\_\_\_